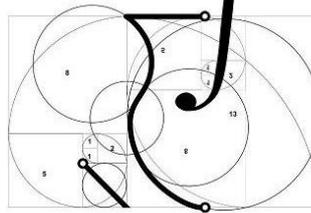


XX EREMAT SUL

Encontro Regional
de Estudantes de
Matemática da Região Sul



SÓLIDOS ARQUIMEDIANOS: UM ESTUDO SOBRE TRUNCADURAS

Ana Regina da Rocha Mohr – ar.mohr@hotmail.com

Faculdades Integradas de Taquara, 95600-000 – Taquara, RS, Brasil

Me. Silvio Luiz Martins Britto - brittosilvio@uol.com.br

Faculdades Integradas de Taquara, 95600-000 – Taquara, RS, Brasil

Resumo. Apresenta-se neste trabalho um estudo sobre truncaduras de sólidos arquimedianos e a experiência em realizá-la com alunos de 2.º ano do ensino médio de uma escola pública da cidade de Taquara-RS. O presente trabalho objetiva-se em relatar uma experiência sobre o sólido arquimedianos icosaedro truncado, que foi construído, explorando a ideia de bico poliédrico e o conceito de truncamento de sólidos. O estudo justifica-se pela necessidade atual de uma reforma na Educação Básica, reavaliando e redescobrimo ferramentas facilitadoras do ensino aprendizagem de Geometria. Concluiu-se que a construção do sólido icosaedro truncado utilizando a ideia de bico poliédrico e truncamento do seus vértices, possibilita identificar características de Geometria, visualizando conceitos bastante abstratos, percebendo que na Matemática tudo é construído progressivamente.

Palavras Chave: Geometria, Pensamento Geométrico, Motivação, Sólidos arquimedianos.

1. INTRODUÇÃO

Recentes avaliações nacionais e internacionais apontaram que o ensino de Matemática precisa ser reavaliado. Portanto, a realidade do ensino de Matemática, nas escolas brasileiras de Educação Básica, foi a motivação inicial em começar a pesquisar sobre o estudo dos sólidos arquimedianos, buscando uma metodologia diferenciada para sua construção, pois verifica-se que esse estudo ainda é pouco explorado em sala de aula, mas que pode se tornar uma excelente ferramenta facilitadora do ensino aprendizagem de Geometria.

O trabalho apresenta um estudo sobre truncaduras de sólidos arquimedianos, que traz um conteúdo pouco explorado em sala de aula, mas que quando estudado pode auxiliar no entendimento da Geometria plana e espacial, pois segundo Field (1997, *apud* ALMEIDA, 2010), “executar truncaduras em um sólido requer descobrir o ponto em que o corte será efetuado, e isso implicará em cálculos”.

O autor ressalta ainda que quando as faces do sólido de partida são triângulos, Piero dell Francesca forma faces hexagonais pela divisão das arestas em três partes iguais, dessa forma o educando poderá perceber a transformação existente na construção dos sólidos, não apenas através da dedução de fórmulas.

O presente trabalho objetiva-se em relatar uma experiência sobre o sólido arquimediano icosaedro truncado, que foi construído, explorando a ideia de bico poliédrico e o conceito de truncamento de sólidos. A experiência foi realizada com alunos de 2.º ano do ensino médio de uma escola pública da cidade de Taquara-RS.

Com esta pesquisa foi possível analisar que a construção do icosaedro truncado com polígonos, utilizando-se do icosaedro um sólido platônico para realizar truncaduras em seus vértices, gerando desta forma o sólido arquimediano, icosaedro truncado, possibilita identificar conceitos geométricos básicos e até mesmo entender a diferença existente entre uma figura plana da espacial, visualizando um conceito bastante abstrato, percebendo que na matemática tudo é construído progressivamente.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 Pensamento geométrico segundo Van Hiele

Segundo Crowley (1994), muitos alunos sabem reconhecer um quadrado, mas não sabem o defini-lo, reclamando de ter que provar algo que já “sabem”, refletindo, assim, o nível de maturidade geométrica em que o aluno está e suas principais dificuldades.

Analisando a ideia do autor, observa-se que os professores precisam estar preparados para lidar com essas situações, conseguindo, assim, ajudar os educandos a desenvolver o pensamento geométrico que ainda não está maduro e posteriormente generalizar.

Para auxiliar nesse amadurecimento, tanto para a formação como para a avaliação dos alunos, Crowley (1994) destaca o modelo de Van Hiele, de pensamento geométrico, que consiste em cinco níveis de compreensão, quais sejam: “visualização”, “análise”, dedução informal”, “dedução formal” e “rigor”.

A ideia principal do modelo Van Hiele é que os alunos progridam seguindo uma sequência dos níveis de compreensão sobre conceitos, enquanto aprendem Geometria.

Para Rodrigues (2007),

[...] o Modelo concebe diversos níveis de aprendizagem geométrica (ou níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico) com as seguintes características: no nível inicial (visualização), as figuras são avaliadas apenas pela sua aparência, a ele pertencem os alunos que só conseguem reconhecer ou reproduzir figuras (através das formas e não pelas propriedades); no nível seguinte (análise) os alunos conseguem perceber características das figuras e descrever algumas propriedades delas; no outro nível (dedução informal), as propriedades das figuras são ordenadas logicamente (dedução formal) e a construção das definições se baseia na percepção do necessário e do suficiente. As demonstrações podem ser acompanhadas, memorizadas, mas dificilmente elaboradas. Até o nível mais elevado (rigor). E este último é alcançado por poucos alunos, pois diz respeito aos aspectos abstratos formais da dedução.

Para o autor é preciso respeitar o nível em que o aluno está, pois não haverá compreensão quando o curso é dado num nível mais elevado do que o atingido pelo aluno. O Modelo de Van Hiele traz algumas propriedades que servem para os educadores, pois podem orientar na forma de ensino.

As propriedades do Modelo segundo Rodrigues (2007) são:

Sequencial – É uma fase sucessiva que cada aluno deve passar para se sair bem nos respectivos níveis passando pelas estratégias dos níveis anteriores. Avanço – Van Hiele salientou que é possível ensinar a um aluno de talento habilidades que estejam acima de seu nível. Por exemplo: ensinar frações sem lhes dizer o que significa frações embora não saibam o que é frações exemplos disso na geometria incluem a memorização como “um quadrado é um retângulo” essa situação é reduzida a um nível inferior e não há compreensão. Intrínseco e Extrínseco – Os objetivos implícitos num nível tornam-se explícitos no nível seguinte. Linguística – algumas noções do conhecimento não é a linguagem do aluno devido ele ainda não ter chegado a certo nível. Exemplo um quadrado também é retângulo. Combinação inadequada: se o nível do professor estiver mais alto do que o do aluno este não será capaz de acompanhar o raciocínio que estarão sendo empregados.

Portanto, o processo ao longo dos níveis depende mais dos métodos, organização, conteúdos e formas diferentes de ensinamento do que da idade ou maturidade do aluno.

2.2 Motivação

Em alguns momentos, dentro do ambiente escolar, nos deparamos com alunos desmotivados, o que de certa forma acaba prejudicando a sua aprendizagem, pois a falta de interesse por parte do aluno pode gerar a indisciplina, tornar-se um agravante para a falta de aprendizagem do aluno.

Para Reeve (2006), “se aprendermos a motivar alunos, podemos melhorar seu comprometimento durante as atividades de aprendizagem.” A motivação pode se tornar uma grande aliada na construção do conhecimento.

A ideia do autor nos faz perceber que motivar nossos educandos pode ser uma alternativa para trazer um significado para o estudo a ser ensinado, tornando a aprendizagem um conhecimento significativo para ele.

A palavra motivação no Dicionário Aurélio (1999) significa:

Motivação - Ato ou efeito de motivar, exposição de motivos ou causas, conjunto de fatores, os quais agem entre si, e determinam a conduta de um indivíduo (móbil + ações). Motivar – Dar motivo a, causar, despertar o, interesse por (aula, conferência, atividade, etc.), ou de (alguém), incitar, mover, estimular. Motivo – causa, razão, Fim, Intuito.

Ao analisar o significado da palavra motivação, percebe-se a necessidade de conversar com nossos alunos sobre a importância do conteúdo a ser ensinado e sua aplicabilidade, incentivando-o, assim, a se motivar e refletir sobre o estudo apresentado.

Segundo Bergamini (1997), “a motivação é uma força que se encontra no interior de cada pessoa e que pode estar ligada a um desejo. Uma pessoa não consegue jamais motivar alguém; o que ela pode fazer é estimular a outra pessoa”.

Portanto, a motivação não é algo que devemos impor. Ela precisa surgir espontaneamente em cada pessoa, pois não conseguimos motivar alguém, apenas podemos estimular a motivação.

2.3 Construção do conhecimento geométrico

A Geometria, quando explorada, pode tornar-se um recurso rico em oportunidades, no qual os educandos têm a oportunidade de realizar construções, representações e discussões, assim, o conduzimos a investigar, descobrir, descrever, identificando propriedades (FREITAS, 2011).

O estudo da geometria deve possibilitar aos alunos o desenvolvimento da sua capacidade de desenvolver problemas práticos do cotidiano, como, por exemplo, orientar-se no espaço, ler mapas, estimar e comparar distâncias percorridas, reconhecer propriedades de formas geométricas básicas, saber usar as diferentes unidades de medida. Também é um estudo em que os alunos podem ter oportunidade especial, com a certeza não a única, de apreciar a faceta da matemática que trata de teoremas e argumentações dedutivas (Brasil, 1997).

Diante disso, Freitas (2011) afirma ser necessário que os alunos consigam expressar seu conhecimento através do contato com as figuras geométricas e que saibam construí-las. Afirmando a importância e a necessidade de compreender a Geometria.

Os conteúdos de Geometria devem estar relacionados com o cotidiano e a realidade dos alunos, sendo que o professor deve fazer as pontes entre o fazer e o compreender. Pois “o conhecimento não nasce com o indivíduo nem é dado pelo meio social” (BECKER, 2001). O autor afirma que o conhecimento não é recebido e sim algo construído pelo sujeito através da interação com o seu meio, tanto físico como social.

2.4 Compreendendo a Geometria encontrada nos sólidos arquimedianos

Wenninger (1996) e Almeida (2010), esclarecem que Geometria é, por muitas vezes, definida como o estudo do espaço ou de figuras no espaço, de duas dimensões, para figuras planas, polígonos, e de três dimensões para poliedros. Sendo polígonos um conjunto de segmentos que limitam uma porção do espaço bidimensional e poliedros um conjunto de figuras planas que limitam uma porção no espaço tridimensional, nos poliedros suas faces são polígonos; as arestas são segmentos comuns entre duas faces e o vértice como o ponto comum a várias arestas e faces.

O estudo dos sólidos arquimedianos abrange alguns conceitos básicos de Geometria, o principal deles é a relação com os sólidos regulares, conhecidos como sólidos platônicos. Segundo Almeida (2010), para compreendermos melhor os sólidos arquimedianos será necessário um pouco de conhecimento sobre os sólidos platônicos.

Para Lopes (2009) os sólidos Platônicos são poliedros nos quais as faces são polígonos regulares geometricamente iguais e em cada vértice se encontra o mesmo número de arestas, e são apenas cinco. Os arquimedianos são poliedros convexos cujas faces são polígonos regulares de mais de um tipo, seus vértices são congruentes, existem onze que são obtidos através do truncamento¹ de seus vértices e dois através de snubificação² de suas faces.

¹ Segundo o dicionário Aurélio (1999), “trun.car” significa: 1- cortar ou separar do tronco. 2- Cortar uma parte qualquer de um corpo. 3- [Geometria] Cortar por um plano secante. E “trun·ca·do” significa: 1- Que se truncou. 2- Mutilado; incompleto. 3- [Geometria]. De que se separou o vértice, por meio de um plano secante.

De acordo com Eves (2004), muitos trabalhos originais de Arquimedes estão perdidos, sendo que seus trabalhos são conhecidos por escritas de comentadores. Sendo que Pappus de Alexandria (290 - 350 d.C) foi um importante comentador do quarto século, fornecendo informações sobre os sólidos arquimedianos.

Segundo Almeida (2010), Pappus organizou informações sobre os sólidos arquimedianos, de acordo com o número total de faces de cada poliedro arquimediano, no entanto, durante tal estudo não há nenhuma nomeação para os sólidos arquimedianos. O estudo dos sólidos arquimedianos foi retomado por Kleper, que talvez tenha sido o primeiro a sistematizá-lo.

Entretanto, no período do renascimento diversos artistas e matemáticos se interessavam pelo seu estudo e representações desses sólidos, onde os artistas para variar seus desenhos realizavam cortes nos vértices dos sólidos platônicos gerando alguns sólidos arquimedianos.

3 METODOLOGIA

O presente estudo trata-se de um relato de experiência sobre uma aplicação realizada pelos acadêmicos do curso de Matemática da Faccat, que participam do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID), para 20 alunos do 2.º ano do Ensino Médio de uma escola pública municipal de Taquara/RS.

Foram realizados questionamentos em relação aos sólidos geométricos diferenciando as figuras planas das figuras espaciais, relacionado alguns sólidos geométricos ao cotidiano. Ao mostrar para os alunos uma bola de futebol foi explicado que o icosaedro truncado é obtido por meio de operações realizadas sobre o sólido platônico conhecido como icosaedro, que tem esse nome por conter 20 faces triangulares. Esse processo quando realizado nos 20 lados do icosaedro, retirando os cortes e inserindo um novo polígono conhecido como pentágono, gera este sólido arquimediano muito conhecido por ter o formato da bola de futebol.

Após os questionamentos iniciais os alunos realizaram a construção do icosaedro truncado por meio de polígonos sendo demonstrado a eles todo o processo de truncamento realizado sobre o sólido platônico.

4 ANÁLISE DOS RESULTADOS

4.1 Construção do sólido arquimediano Icosaedro truncado por meio de polígonos

A construção do icosaedro truncado iniciou-se com a apresentação de figuras planas e seus respectivos nomes, onde foi apresentada a figuras e os alunos as classificavam de acordo com o número de seus lados. Algumas imagens usadas seguem na fig 1.



² Snubificação são operações efetuadas sobre um poliedro que permite obter outro Poliedro. A operação consiste em afastar todas as faces do poliedro, rodar as mesmas um certo ângulo (normalmente 45°) e preencher os espaços vazios resultantes com Polígonos (Almeida, 2010).

Figura 1: Figuras geométricas planas

A próxima etapa foi trazer sólidos geométricos do cotidiano para que eles consigam relacionar a Geometria com a vida real. Após algumas relações, trouxemos a bola de futebol, conforme fig.2.



Figura 2: sólidos geométricos: cubos, funil, extintor, chapéu de festa e a bola de futebol

Neste momento iniciou-se uma série de questionamentos geométricos existentes na bola de futebol, pois a intenção era saber um pouco sobre o conhecimento prévio daqueles alunos. Como por exemplo: É uma figura plana ou espacial? Quais figuras planas formam a bola de futebol? É um sólido regular ou semirregular. Por quê? Você sabe o nome deste sólido? Quer construir uma bola? E por meio destes questionamentos conseguimos transmitir um pouco dos conceitos que iríamos utilizar para construir a nossa bola de futebol.

Um conceito importante que foi explicado é a ideia de bico poliédrico, que são ângulos poliédricos e faces planas, sendo necessário para formar um bico poliédrico, unir no mínimo três polígonos por um de seus lados, mas podendo utilizar mais de três polígonos se necessário. É importante lembrar que a soma dos ângulos internos deste bico, não pode ser igual ou maior que 360° .

Neste momento apresentou-se o sólido platônico icosaedro e começou uma série de questionamento em relação a ele. Exemplos de questionamentos: Quais figuras planas os forma? E quantas são? Ele é um sólido arredondado? Você conseguirá jogar futebol com ele? E se cortássemos seus vértices? Vamos tentar? A fig. 3 demonstra a semelhança entre o icosaedro e o icosaedro truncado. Mostrando também um icosaedro se transformando por meio de operações em um icosaedro truncado.



Figura 3: icosaedro, icosaedro truncado e a transformação do icosaedro em icosaedro truncado

Neste momento sugerimos que eles começassem a analisar aquelas figuras, para darmos início a construção do nosso icosaedro. Para a construção foram utilizados 12 pentágonos e 20 hexágonos e durante a construção analisamos que o icosaedro truncado partiu de um icosaedro onde foram realizadas troncaduras em seus vértices, retirando esses bicos e inserindo uma nova figura, demonstrando possíveis cálculos a serem feitos.

Logo, por meio das análises feitas e a descoberta de quais figuras formam o bico poliédrico do icosaedro truncado que seria 1 pentágono e 2 hexágonos, iniciou-se sua construção bico a bico. Conforme mostra as fig 4 e fig 5.



Figuras 4: construção do icosaedro truncado



Figuras 5: construção do icosaedro truncado

Desde a investigação inicial até a construção do icosaedro truncado teve uma duração de dois períodos de 50 minutos cada.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

No ensino da Matemática, em especial o da Geometria, percebe-se um alto índice de rejeição tanto por parte do professor quanto do aluno, pois muitas vezes ela é trabalhada de forma mecânica, exigindo um grande empenho do professor para tentar demonstrar a ligação dos conceitos com o cotidiano.

Para que o conhecimento do aluno seja construído de forma satisfatória o educador tem a função de estimular situações que promovam a atualização e a expansão das potencialidades intelectuais do educando, desenvolvendo o espírito crítico e a capacidade de construção do seu conhecimento.

Sendo assim, fica evidente a grande importância da utilização de materiais concretos no ensino da Geometria, pois através desse recurso os educandos poderão identificar, constatar e, conseqüentemente, aprender as teorias.

Concluiu-se que a construção do sólido icosaedro truncado utilizando a ideia de bico poliédrico e truncamento dos seus vértices, possibilita identificar características de Geometria, visualizando desta forma conceitos bastante abstratos, percebendo que na Matemática tudo é construído progressivamente. Pois, a construção do sólido arquimediano refletiu no amadurecimento do pensamento geométrico dos alunos, fazendo com que eles visualizassem e entendessem a imagem em 3d.

Analisando os resultados do trabalho ficou claro a necessidade que os alunos têm em manipularem os objetos estudados, pois ao início dos questionamentos os alunos ficavam indecisos nas respostas, mas depois de terem os sólidos nas mãos, quando tinham dúvidas remetiam-se a ele para auxiliar no entendimento da questão, construindo assim o seu conhecimento e suas próprias conclusões sobre o assunto proposto.

Portanto, a aprendizagem precisa acontecer no aluno e não para o aluno. Quando ele interage, participa e traz consigo tudo o que vê, vive e ouve, está construindo o seu conhecimento, pois é um processo de elaboração e reelaboração das suas vivências.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, T. C. S. **Sólidos arquimedianos e Cabri 3D: um estudo de truncaduras baseado no resnascimento.** p. 22-88. 2010. Acessado em 12 mai. de 2014.

Disponível em: http://www.sapientia.pucsp.br//tde_busca/arquivo.php?codArquivo=10963.

BECKER, Fernando. **Educação e construção do conhecimento.** p. 71. Porto Alegre: Artmed, 2001.

BERGAMINI, C. W. **Motivação nas organizações.** p.108. São Paulo: Atlas, 1997.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática.** Secretaria do Ensino Fundamental. Brasília: MEC, 1997. p.75. Acessado em 07 mai. 2014. Online. Disponível em: <http://www.mec.gov.br>.

CROWLEY, M. L. **O modelo Van Hiele de desenvolvimento do pensamento geométrico.** In: LINDQUIST, Mary & SHULTE, Albert P. (organizadores), *Aprendendo e Ensinando Geometria.* São Paulo: Atual, 1994.

EVES, Howard. **Introdução a história da Matemática.** Tradução Hygino H. Domingues. São Paulo: Editora da UNICAMP, 2004.

FERREIRA, Aurélio Buarque de Holanda. **Novo Aurélio: O dicionário da Língua Portuguesa- Século XXI.** p. 1371. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1999.

FREITAS, Gláucio da Silva. **Didática do ensino Geométrico.** 2011. Acessado em 02. ago. 2014. Disponível em: <http://www.infoescola.com/pedagogia/didatica-do-ensino-geometrico>.

LOPES, T. I. D. **Os Sólidos Geométricos.** 2009. Dissertação de Mestrado no Ensino de Matemática no 3º Ciclo do Ensino Básico e no Ensino Secundário na Facut- Faculdades de Ciências e Tecnologia - Universidade de Coimbra. Acessado em 20 mai. de 2014. Online. Disponível em: http://www.mat.uc.pt/~mat0717/public_html/Cadeiras/2Semestre/trabalho%204%20CasadasCiencias_TANIALOPES.pdf.

REEVE, J. **Motivação e Emoção.** 4 ed. p. 278. Rio de Janeiro: LTC, 2006.

RODRIGUES, Alessandra Coelho. **O Modelo de Van Hiele de desenvolvimento do pensamento geométrico.** p. 02. 2007. Acessado em 03. set. 2014. Disponível em: <http://www.ucb.br/sites/100/103/TCC/22007/AlessandraCoelhoRodrigues.pdf>.