ISSN 2177-9139

XX EREMAT SUL

Encontro Regional
de Estudantes de
Matemática da Região Sul

MODELO MALTHUSIANO APLICADO AO CRESCIMENTO POPULACIONAL DO MUNICÍPIO DE MANOEL VIANA/RS

Juliano Silveira Meira – juliano.meira@hotmail.com
Instituto Federal Farroupilha, Câmpus Alegrete, RS-377 Km 27 - Passo Novo,
CEP 97555-000 – Alegrete, RS.
Gabriel de Oliveira Soares - gobigabriel@hotmail.com
Instituto Federal Farroupilha, Câmpus Alegrete, RS-377 Km 27 - Passo Novo,
Jorge Mario Ebrenz - jorgemarioebrenz@gmail.com
Instituto Federal Farroupilha, Câmpus Alegrete, RS-377 Km 27 - Passo Novo,
CEP 97555-000 – Alegrete, RS.
Gabriel Prates Brener – Gabriel.lic.matematica@gmail.com
Instituto Federal Farroupilha, Câmpus Alegrete, RS-377 Km 27 - Passo Novo,
CEP 97555-000 – Alegrete, RS.
Ismael Batista Maidana Silvestre – ismael.silvestre@iffarroupilha.edu.br
Instituto Federal Farroupilha, Câmpus Alegrete, RS-377 Km 27 - Passo Novo,
CEP 97555-000 – Alegrete, RS.

***Resumo**. O presente trabalho surge na perspectiva de investigar modelos matemáticos que possam descrever fenômenos reais, sejam eles de ordem natural ou humana. Neste sentido, aplicam-se conceitos estudados na área da Matemática Aplicada, e especialmente neste caso, as teorias do crescimento populacional. A ideia principal neste processo de investigação é compreender com maior profundidade, as contribuições da matemática para a sociedade. A escolha deste tema deu-se especificamente pela aplicabilidade da Teoria Malthusiana de crescimento populacional a dados reais, pelo menos em um curto intervalo de tempo. Assim, será aplicado o Modelo Malthusiano para o crescimento populacional com o objetivo de fazer a comparação dos resultados obtidos pelo modelo, com os dados estatísticos obtidos no IBGE, no período de 2007 a 2010. Com os resultados obtidos através da aplicação de uma modelagem adequada, para o crescimento populacional, mostra-se a validação do modelo e consequentemente a validação da teoria de Malthus, e mais fortemente as contribuições da matemática para esta área da ciência. Este trabalho faz parte de um projeto maior que estuda as aplicações de equações diferenciais a problema reais, onde busca-se dar significado a teorias matemáticas e aprofundamento em tópicos estudados durante a formação básica de um professor de matemática.*

***Palavras-chave**: Matemática aplicada, Modelo Malthusiano, Crescimento populacional.*

1. INTRODUÇÃO

Compreender os fenômenos da natureza e suas leis tem sido uma busca constante da humanidade, com intuito de favorecer a vida em sociedade do homem. Neste sentido, a busca por alternativas que possam melhorar o desenvolvimento populacional e social tem sido retratada como questões de grande importância.

Historicamente, estas questões foram tratadas principalmente no ramo das ciências humanas, no que tange à estudos geográficos. Entretanto, a partir do século XVIII, o estatístico e economista Thomas Malthus desenvolveu um modelo matemático para estudar o crescimento populacional mundial, sendo ele um dos precursores da demografia, ciência que estuda a dinâmica de populações.

Em seu modelo, Malthus propõe uma equação diferencial ordinária simples, que pode ser resolvida através do método de separar variáveis. Assim, pode-se desenvolver estimativas importantes para o contexto histórico em que a teoria foi desenvolvida.

Após Malthus, outras teorias matemáticas sobre os estudos demográficos foram desenvolvidas, mas esta continua sendo uma das alternativas mais simples quando se deseja estudar pequenos grupos e populações sem limitantes naturais.

Neste sentido, surge esta proposta, que visa estudar através do modelo Malthusiano, o crescimento populacional do município de Manoel Viana, RS. Para esta proposta, foram utilizados dados dos censos demográficos do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) dos anos de 2007 a 2010, e também, previsões do próprio para o ano de 2013.

Após aplicar a teoria, partiu-se para a comparação dos dados e a avaliação, ou seja, se o modelo de crescimento populacional de Malthus poderia ser utilizado como um ferramenta matemática para prever a população de Manoel Viana nos próximos anos.

2. APORTE TEÓRICO

Considerações sobre a modelagem matemática de fenômenos naturais

O estudo de fenômenos naturais e biológicos é um dos grandes ramos da matemática aplicada atualmente, e a modelagem deste fenômenos é a estratégia mais utilizada ao desenvolver este processo. Conceitualmente, a modelagem matemática pode ser concebida como tendência que desenvolve uma forma de “transcrever” fenômenos, para que estes possam ser estudados e possivelmente explicados.

Ao que aponta Chevallard (2001):

> Um aspecto essencial da atividade matemática consiste em construir um modelo (matemático) da realidade que queremos estudar, trabalhar com tal modelo e interpretar os resultados obtidos nesse trabalho, para responder as questões inicialmente apresentadas. Grande parte da atividade matemática pode ser identificada, portanto, com uma atividade de Modelagem Matemática. (CHEVALLARD, 2001, p. 50).

Como objetivo principal, a modelagem busca representar problemas não matemáticos em propostas matemáticas, utilizando-se desta ferramenta, como acrescenta Ferruzzi (2003):

> O objetivo da Modelagem Matemática é solucionar ou representar por meio de um modelo um problema não-matemático. A Modelagem Matemática possibilita a aproximação de situações do cotidiano com a Matemática, a interpretação e a análise de vários fenômenos naturais e sociais. Ela é entendida como sendo uma atividade

> de construção, validação e aplicação de modelos de uma situação problemática, utilizando-se para isso conceitos matemáticos. (FERRUZZI, 2003, p. 36).

Definição de Equação Diferencial Ordinária

Uma equação que contém as derivadas ou diferenciais de uma ou mais variáveis dependentes, em relação a uma variável independente.

3. RESULTADOS

Na tentativa de modelar o crescimento populacional, primeiramente busca-se encontrar a taxa de crescimento populacional, percebendo assim que essa depende do tamanho da população. Malthus argumentou que a função apropriada, pelo menos quando a população fosse pequena, para definir essa população é da forma

$$\frac{dP}{dt} = k.P \tag{1}$$

Em que ké uma constante de crescimento.

Esta é uma equação diferencial de variáveis separáveis, para chegar em uma função da população, precisamos resolver essa equação. Para isso primeiramente iremos separar as variáveis

$$\frac{dP}{P} = k.dt \tag{2}$$

Integrando dos dois lados da igualdade

$$\int \frac{dP}{P} = \int k\ dt \tag{3}$$

Resolvendo a eq. (3)

$$\ln P = k\,.t + c \tag{4}$$

Como é de importância, deixarmos P isolado, para isso devemos aplicar a propriedade inversa do logaritmo, a exponencial;

$$e^{\ln P} = e^{k.t+c} \tag{5}$$

$$P = e^{k.t}.e^{c} \tag{6}$$

Quando o tempo for zero, ou seja, a população inicial será

$$P_o = e^{k.0}.e^{c} \tag{7}$$

$P_0 = e^c$

Substituindo as variáveis calculadas na Eq. (7), na Eq. (6) obtemos

$$P_t = P_0 . e^{k.t} \tag{8}$$

Onde P é a população que depende do tempo t,P_0 é a população inicial, e k, constante de crescimento. Percebe-se que esse modelo conduz ao crescimento exponencial, porém como já citado anteriormente isso é valido para populações pequenas onde se tem poucos, ou nenhum, limitantes naturais para o crescimento desta população. Por isso pode-se dizer que fica claro que esse modelo exponencial não é um quadro completamente realístico, pois sendo aplicável sempre este modelo, não haveria limite para o número de indivíduos de uma espécie.

Aplicando este modelo para cidade de Manoel Viana, devemos primeiramente calcular a taxa de crescimento anual. Para isso vamos calcular a porcentagem que a população cresce anualmente, com base nos dados do IBGE, citados na Tabela 1.

Ano	População (Dados do IBGE)	Taxa de crescimento
2007	6784	
2010	7072	0,0141
2014	7347 (Estimado)	0,0141

Tabela 1: Fonte IBGE

Aplicando o modelo de Malthus para calcular o crescimento populacional desta cidade, analisaremos os resultados obtidos, se serão coerentes com o modelo seguido.

Tomando $P_0 = 6784$ e $k = 0{,}0141$, calcularemos a população para os anos de 2010 e 2014. Percebe-se que em 2010 passaram 3 anos e 2014 7 anos, Então

População em 2010:

$$P_3 = P_o . e^{0{,}0141 .3} \tag{9}$$

$$P_3 = 6784 . e^{0{,}0423} \tag{10}$$

$$P_3 = 6784 . 1{,}043 \tag{11}$$

$$P_3 \cong 7076 \tag{12}$$

Percebemos então que em 2010 a população calculada através do modelo de Malthus é muito próxima aos dados reais. Calcularemos então uma aproximação para 2014.

População em 2014:

$$P_7 = P_0 . e^{0,0141 .7} \tag{13}$$

$$P_7 = 6784 . e^{0,0987} \tag{14}$$

$$P_7 = 6784 . 1,104 \tag{15}$$

$$P_7 \cong 7489 \tag{16}$$

Devemos perceber que os dados trazidos pelo IBGE para este ano, são apenas uma estimativa, não sendo um dado conclusivo, então podemos concluir que para esta população o modelo Malthusiano pode ser considerado para estimar a população desta cidade, portanto podemos fazer estimativa para mais alguns anos, enquanto os fatores naturais não se tornarem limitantes para o crescimento da população.

Não será apresentado os cálculos para os próximos anos, pois seria apenas repetição de cálculos, então a estimativa para população estarão dispostas na Tabela 2.

Ano	População (Aproximada)
2015	7594
2016	7702
2017	7812
2018	7923

Tabela 2: População aproximada para os próximos anos na cidade de Manoel Viana

4. CONCLUSÃO

Podemos concluir que o modelo Malhusiano, pode ser usado para fazer estimativas para uma pequena população, desde que essa tenha poucos ou nenhum limitante natural, assim, poderiam se apropriar deste conhecimento, os responsáveis pela administração e os responsáveis por fazer projetos que visem melhorar a cidade, para que atenda às necessidades de todos os indivíduos.

REFERÊNCIAS

CHEVALLARD, Y**. Estudar matemáticas: o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem.** Trad. Daysy Vaz de Niraes. Porto Alegre: Artmed Editora, 2001.

FERRUZI, E.C. **A Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral nos Cursos Superiores de Tecnologia.** 2003. 154 f.

Dissertação (Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção e Sistemas, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2003.

ZILL, D. G. e CULLEN, M. R. **Equações diferenciais Vol. 1, 3a Edição**. São Paulo: Pearson Makron Books, 2001.

IBGE. **População Vianense**. Disponível em: http://www.ibge.gov.br. Acesso em 09/10/2014