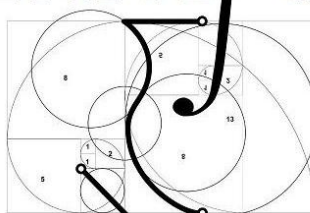


XX EREMAT SUL

Encontro Regional
de Estudantes de
Matemática da Região Sul



VALIDAÇÃO QUANTI-QUALITATIVA PARA UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA DE ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL

Edcarlos Vasconcelos da Silva – edcarlosvasconcellos@hotmail.com.br
Universidade Federal de Santa Maria – UFSM, Santa Maria, RS, Brasil
Gabriela Granzotto Fillipin – bibi_fi@hotmail.com
Universidade Federal de Santa Maria – UFSM, Santa Maria, RS, Brasil
Ângela Mallmann Wendt – angewendt@gmail.com
Universidade Federal de Santa Maria – UFSM, Santa Maria, RS, Brasil
Viviane de Senna – Vivianedsenna@hotmail.com
Universidade Federal de Santa Maria – UFSM, Santa Maria, RS, Brasil
Sabrina Londero da Silva Rossato – sabrinarossato@terra.com.br
Centro Universitário Franciscano – UNIFRA, Santa Maria, RS, Brasil

Resumo. Este artigo apresenta os resultados de uma pesquisa realizada com uma turma de alunos do 3º Ano do Ensino Médio, cujo objetivo foi de avaliar a eficiência de uma metodologia de ensino de volume de sólidos geométricos a partir de materiais manipuláveis. A metodologia consistiu em pesquisa de abordagem quanti-qualitativa, com aplicação de teste inicial, em seguida a aplicação da sequência didática e por fim aplicação de teste final para comparação com o teste inicial. Entre os principais resultados, foi verificado pela análise qualitativa que os alunos compreendem melhor os conceitos de volume e procedimentos de cálculo quando utilizam os materiais manipuláveis. A análise quantitativa foi feita com uso do teste estatístico não-paramétrico U de Mann-Whitney e revelou diferença significativa entre as notas dos testes inicial e final, mostrando que a sequência didática é eficiente.

Palavras Chaves: Ensino. Geometria Espacial. Sequência Didática. Volumes.

1 INTRODUÇÃO

No exercício da prática docente os professores de Matemática encontram algumas barreiras no ensino de seus conteúdos que acabam de certa forma, contribuindo para levar o aluno ao fracasso escolar. Tais barreiras estão associadas a diversos fatores como: formação docente, estrutura das escolas, dificuldades naturais dos alunos com a Matemática, entre outros.

Algumas barreiras no ensino que estão relacionadas às dificuldades naturais do aluno podem ser remediadas com a simples elaboração de seqüências didáticas que possibilitem ao

aluno “enxergar” os mecanismos matemáticos para resolver determinado problema. Um exemplo que representa essa situação é o uso de materiais manipuláveis para o ensino de Geometria Espacial. O aluno compreende melhor os conceitos dos sólidos se puder manipular os materiais.

No caso desta pesquisa, partiu-se do uso de materiais manipuláveis para o ensino de volumes de sólidos geométricos regulares, no caso, prisma, cilindro e pirâmide. O problema estabelecido para esta pesquisa foi o seguinte: a sequência didática de ensino de geometria com uso de materiais manipuláveis é eficiente para o aprendizado de volumes de sólidos geométricos?

Com base no problema, o objetivo de investigação foi “avaliar a eficiência de uma metodologia de ensino de volume de sólidos geométricos a partir de materiais manipuláveis”. O desenvolvimento da pesquisa será explicado nos tópicos seguintes a partir, inicialmente, de uma breve exposição do referencial teórico pautado nas Orientações Curriculares Nacionais (Brasil, 2006) e em pesquisas envolvendo materiais manipuláveis e, em seguida, a apresentação da pesquisa e seus resultados.

2 CONSIDERAÇÕES SOBRE O ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL

A Geometria no Ensino Médio trata das formas planas e tridimensionais, seu ensino é “essencial à descrição, à representação, à medida e ao dimensionamento de uma infinidade de objetos e espaços na vida diária e nos sistemas produtivos e de serviços”, (Brasil, 2002), sendo assim um conteúdo muito importante para que o aluno reflita sobre os significados matemáticos e sua relação na vida cotidiana.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino da Matemática (Brasil, 2002) argumentam ainda que o ensino de Geometria Espacial possui estreita relação com outras áreas do conhecimento, assim, o desenvolvimento das habilidades de visualização, desenho e argumentação lógica constituem em objetivos a serem atingidos com o ensino de Geometria, possibilitando ao aluno ampliar o horizonte de conhecimento, aplicando tais habilidades não somente no mundo da Matemática como também em outras áreas como a Física e a Química, reconhecendo aplicações na vida real.

Entretanto, para que o professor consiga ter sucesso no trabalho com este conteúdo e consiga desenvolver as habilidades de aprendizagem dos alunos, é necessário uso de recursos auxiliares para reduzir as dificuldades de aprendizagem dos estudantes, pois, como se é sabido, a Matemática é uma das disciplinas de maior retenção na Educação Básica, devido suas próprias características de ser abstrata, fazendo com que o aluno não consiga estabelecer relações em figuras tridimensionais, além da própria barreira que o professor encontra para lecionar tal conteúdo por estar “preso” ao livro didático ou por não buscar metodologias inovadoras.

Neste sentido e com vistas à redução do déficit de aprendizagem dos estudantes, um dos primeiros caminhos a serem seguidos pelo docente é o aporte de alguma teoria de ensino, entre as quais, este artigo destaca aquela desenvolvida pelo casal Van Hiele para o ensino de Geometria.

Segundo Rotti (2011) a fundamentação da Teoria de Van Hiele baseia-se na construção de um modelo de pensamento que leva o aluno a assimilar os conceitos do objeto geométrico em estudo. Para tanto, Rotti (2011) escreve que a teoria se desenvolve em cinco níveis quais sejam:

1) Nível 0 – Visualização ou Reconhecimento: neste nível é trabalhado o vocabulário geométrico dos objetos em estudo. O aluno reconhece os nomes das figuras (ou sólidos) por meio de sua visão global do objeto.

2) Nível 1 – Análise: os estudantes analisam os objetos geométricos de forma informal, reconhecem propriedades de cada objeto mas não relacionam propriedades a outros objetos semelhantes.

3) Nível 2 – Dedução informal: neste nível os estudantes conseguem articular propriedades dentro de um mesmo objeto e entre objetos diferentes, além de perceberem que um propriedade pode ser explicada pela existência de outra. Conseguem verificar algumas demonstrações embora ainda não sejam capazes de fazer provas com base em premissas diferentes.

4) Nível 3 – Dedução formal: o aluno é capaz de executar demonstrações, deixando de ser um mero memorizador de fórmulas. É um nível de excelência e requer domínio absoluto dos níveis anteriores.

5) Nível 4 – Rigor: o aluno atinge o grau máximo de conhecimento geométrico, consegue estabelecer teoremas em diversos grupos de objetos geométricos e demonstra-los. O aluno, por este nível, também reconhece a existência das geometrias não-euclidianas que é uma geometria não-usual no Ensino Médio mas que pode ser trabalhada em sala de aula pelo professor.

A Teoria de Van Hiele possui aplicabilidade prática quando associada à alguma metodologia de ensino que viabilize a aplicação dos níveis por ela estabelecida. Cabe frisar também que, numa mesma sala de aula, o professor vai encontrar alunos que estão em níveis diferentes, dificultando ainda mais o trabalho docente, mostrando que os desafios em sala de aula vão muito além de cumprir algum programa em si, mas sim, dar sentido à Matemática do Ensino Médio.

Para tanto, este artigo propõe como metodologia de ensino o uso de materiais manipuláveis como recurso auxiliar para trabalhar volumes de sólidos geométricos regulares. Os materiais manipuláveis são descritos no tópico a seguir.

3 OS MATERIAIS MANIPULÁVEIS E A GEOMETRIA ESPACIAL

3.1 Os materiais manipuláveis

Os materiais manipuláveis são definidos por Nacarato (2005) como os objetos que o aluno é capaz de tocar, manipular e movimentar no dia-a-dia ou para representar uma ideia. Como esses materiais fazem parte do mundo do aluno é válida a sua utilização para a construção do conhecimento matemático com as intervenções do professor. O uso de poliedros para o manuseio dos alunos facilita a visualização dos conceitos espaciais. No entanto, apenas a manipulação de materiais não garante o sucesso no alcance dos objetivos da atividade pedagógica planejada. Devem ser consideradas as vantagens e desvantagens desse uso, citadas por Matos e Serrazina (1996).

Como vantagens têm-se: a possibilidade de construção das relações matemáticas; a interação com o material possibilita ao aluno um momento de reflexão, formulação de situações e questionamentos, bem como, a percepção de seus atributos no teste de algumas propriedades; o material serve de ponto de apoio ao professor para a introdução de novos conceitos e noções; e possibilita maior proximidade com a realidade permitindo a compreensão dos problemas e suas soluções.

As desvantagens do uso de materiais, ainda conforme os mesmos autores: os alunos podem não efetuar a relação da experiência com a matemática formal; o uso desse artifício pode afastar as relações matemáticas da referência de material concreto tornando-o um símbolo arbitrário; não há garantia de que o aluno irá perceber as relações sugeridas pelo professor. Para evitar pequenos desvios da proposta é importante um planejamento e mediação minuciosos por parte do professor.

Para Silva e Martins (2000) os materiais manipuláveis ajudam os alunos a fazerem a passagem do concreto para a abstração, ou seja, um suporte físico para a aprendizagem. Por isso, é relevante equipar as aulas com todo o tipo de material, seja adquirido comercialmente ou produzido pelo próprio professor, desde que esteja adequado a resolução dos problemas e a exploração das idéias de acordo com os conceitos matemáticos.

Para aulas de geometria espacial os sólidos de Platão oportunizam o acréscimo do lúdico as aulas formais, tornando-as mais interessantes e desafiadoras. Aos professores, a compreensão do conteúdo deverá ser a mais ampla possível para que a relação entre aprendizagem e ensino seja a melhor possível.

3.2 Materiais manipuláveis no ensino de Geometria Espacial

A construção de materiais manipuláveis é viável devido a o baixo custo do material e a facilidade na manipulação. Segundo Kaleff (2003) podem ser usados materiais como varetas de madeira, arame, canudos plásticos coloridos, palitos de dente ou bolinhas de isopor para construir um modelo esquelético. O modelo esquelético consiste em construir os sólidos unindo apenas suas arestas, desta forma permite que o aluno observe todas as faces do poliedro e ainda o que está oculto no interior das faces.

No modelo casca as figuras são montadas a partir de planificações, neste caso os sólidos são geralmente construídos com cartão ou cartolina. Com esses sólidos o aluno tem, com maior clareza, o número de faces, que é igual ao número de lados que podem ser tocados na figura plana. Facilita a identificação das propriedades dos sólidos de Platão.

Outra maneira de construção dos poliedros é através de um tabuleiro de madeira contendo pinos ou pregos. Neste tabuleiro podem ser construídos diversos formatos de planos com o uso de barbantes coloridos. Ainda é possível, através do uso de dois tabuleiros e barbantes organizar as mesmas figuras em geoplano espacial.

No caso da pesquisa que estamos ora apresentando, optou-se pelo modelo casca, construído com papel paraná por ser mais resistente, maleável e de fácil montagem dos sólidos.

4 METODOLOGIA DA PESQUISA

A pesquisa foi de abordagem quanti-qualitativa. O uso das duas abordagens se deu em função de que foi preciso analisar de forma qualitativa a aprendizagem dos alunos com o uso da metodologia de ensino de materiais manipuláveis, bem como analisar de forma quantitativa os resultados dos testes inicial e final, comparando o desempenho dos alunos.

Para o tratamento dos dados coletados foi aplicado o teste não paramétrico chamado Teste U de Mann-Whitney, por se tratar de duas amostras independentes e pequenas, e por não exigir que os dados sigam uma distribuição de probabilidade normal. Este teste foi utilizado para verificar se há ou não diferença significativa entre os grupos, ou seja, para averiguar se a aplicação de materiais manipuláveis é ou não significativo na aprendizagem

dos alunos no estudo da geometria espacial. Aplicou-se o teste U de Mann-Whitney através do software Statistica 9.0 e utilizando um nível de 5% de significância.

Para executar o teste estatístico seguiu-se a metodologia de Johson e Kuby (1999) com os seguintes passos:

- a) Estabelecer as hipóteses H_0 e H_1 ;
- b) Determinar os escores de cada grupo de amostra;
- c) Determinar U e U' por meio das fórmulas com n_1 e n_2 amostras e R soma de postos;

$$U = n_1 n_2 + \frac{n_1(n_1 + 1)}{2} - R_1 \quad (1)$$

$$U' = n_1 n_2 + \frac{n_2(n_2 + 1)}{2} - R_2 \quad (2)$$

d) Encontrar a estatística do teste usando $\min(U, U')$

e) Aplicar a regra de decisão:

Se $U_{calc} \leq U_{tab}$, rejeita-se a hipótese H_0 .

4.1 População e amostra

A população de estudo constou de alunos do 3º ano do Ensino Médio da cidade de Santa Maria. A amostra selecionada foi 1 turma de 14 alunos que cursam o 3º em um colégio localizado na região central da cidade.

4.2 Procedimentos de Pesquisa

A pesquisa foi realizada na última semana de Setembro de 2014, com duração de 4 horas-aulas, e feito em 2 encontros. No primeiro deles foi realizada a aplicação do teste inicial para verificar o nível de conhecimentos dos alunos e teve duração de 01 hora-aula. No segundo momento foi feita aplicação da sequência didática de ensino com materiais manipuláveis e teve duração de 2 horas-aulas seguida da aplicação do teste final para verificação da aprendizagem com 01 hora-aula.

Os dois testes, inicial e final constaram de questões sobre volume de Prismas, Pirâmides e Cilindros e estavam em níveis semelhantes de elaboração.

Para a sequência didática foram solicitados aos alunos a formação de 5 grupos de 3 alunos. Como auxílio de um *datashow* os professores regentes da pesquisa fizeram exposição de conteúdos relacionados aos sólidos: Prisma, Pirâmide e Cilindro. Em seguida cada grupo recebeu um conjunto de sólidos que foram previamente construídos pelos professores regentes da pesquisa. A figura 01 seguinte mostra os materiais utilizados na pesquisa.



Figura 01 – Materiais manipuláveis utilizado na sequência didática.
Fonte: Autores

Em seguida foram trabalhados nomenclaturas e elementos de cada sólido. O passo seguinte foi a utilização de régua para fazer a medida dos elementos dos sólidos que são básicos para o cálculo de volumes como arestas da base e altura. Os registros foram feitos em uma folha de atividade.

Na sequência foi solicitado que os alunos calculassem os volumes dos sólidos e registrassem também na folha de atividades. Os cálculos dos alunos foram verificados com um medidor de volume (criado de forma manual pelos professores pesquisadores) que consistia em colocar grãos de feijão em um cilindro plástico com uma escala graduada de 200 em 200 cm^3 para se pudesse ter uma referência de volume.



Figura 02 – Medidor de volume para comprovação de cálculos teóricos.
Fonte: Autores

A última etapa da sequência didática foi a construção de sólidos com volume determinado. Para o desenvolvimento desta atividade, os professores regentes solicitaram aos grupos que planejassem e construíssem um Paralelepípedo cujo volume final fosse de 800

cm³, ao final da produção de cada grupo, o volume do sólido criado pelos grupos foi comprovado pelo medidor de volume. Após a sequência didática foi aplicado o teste final.

5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

5.1 Análise qualitativa

Foi observado que o uso dos materiais manipuláveis possibilita ao aluno o contato com o objeto geométrico matemático. O contato com o objeto geométrico é fundamental para a união entre teoria e prática. O desenvolvimento do conhecimento com suporte dos materiais (objetos geométricos) torna o processo prático, onde o aluno deixa de ser um mero receptor de conteúdo passando a ser construtor do próprio conhecimento. Na figura 03 tem-se uma amostra da primeira atividade onde os alunos anotam as medidas dos elementos dos sólidos.

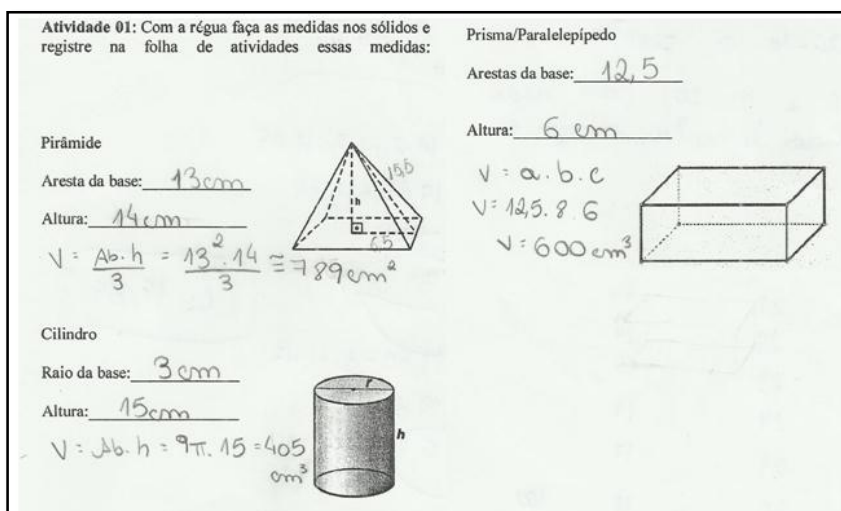


Figura 03 – Registros de um dos grupos com os valores dos elementos dos sólidos.

Fonte: Autores

Os alunos primeiramente mediram os elementos com uso da régua, a medida foi com valores aproximados para as arestas das respectivas bases, bem como para o raio. No caso da altura da Pirâmide, foi solicitado aos alunos que fizessem uso do teorema de Pitágoras para o cálculo da altura deste sólido. Esta atividade representa os níveis 0 e 1 de Van Hiele descrito por Ritter (2011) da Visualização e da Análise.

Em seguida os alunos foram orientados a procederem com os cálculos dos volumes dos sólidos os quais haviam medido os valores de arestas e alturas. Os valores que os grupos chegaram para os volumes, em cm³, foram os seguintes:

Quadro 01 – Valores de volumes calculados pelos grupos

Grupo	Sólido		
	Paralelepípedo	Cilindro	Pirâmide
01	600	405	791,61
02	600	405	788,96
03	600	405	792
04	600	405	789
05	600	405	792,61

Fonte: Autores

Nesta atividade observou-se que, para o cálculo do volume da Pirâmide houve divergências, isso aconteceu em função de que, o cálculo anterior para a altura que envolveu o Teorema de Pitágoras, chegou valores de altura diferentes, os alunos cometeram pequenos equívocos de arredondamento, por isso não chegaram a valores comuns. O valor do volume com a altura correta deveria ser de 792,61 que foi alcançado somente pelo grupo 05, o volume da Pirâmide, para efeito de medição, foi arredondado para 800 cm³. De maneira geral, esta atividade foi satisfatória, pois, todos os grupos calcularam os volumes solicitados.

Todos os valores de volumes foram comprovados via medidor de volume inserindo grãos de feijão no medidor de acordo com o valor que se desejava e logo em seguida despejando o volume de feijão do medidor no interior dos sólidos.

A última atividade desenvolvida foi a construção de um sólido Paralelepípedo cujo volume fosse de 800 cm³. Os alunos conseguiram planejar e construir o sólido. A figura 04 a seguir apresenta o planejamento de um dos grupos em relação ao sólido que iriam construir

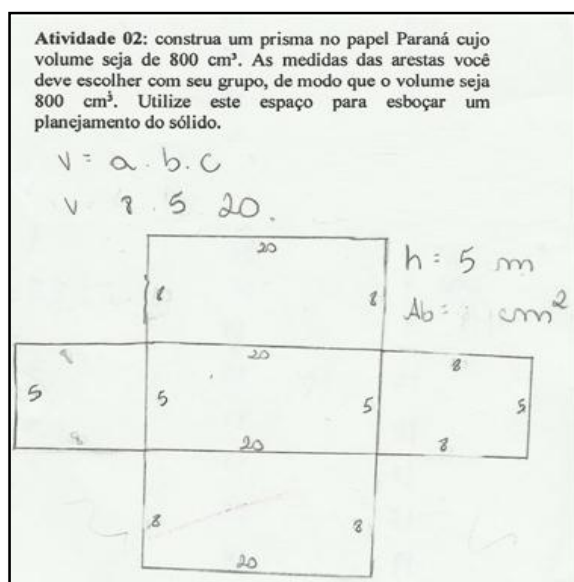


Figura 04 – Planejamento de sólido de volume 800 dimensões 5 cm, 8 cm e 20 cm.

Fonte: Autores

Estabelecendo uma relação com os níveis de Van Hiele pode-se verificar que esta etapa está associada ao nível 2 da dedução informal tendo em vista que os alunos “conseguem verificar algumas demonstrações embora ainda não sejam capazes de fazer provas com base em premissas diferentes”. (RITTER, 2011, p. 30)

A estratégia do uso de materiais manipuláveis permitiu aos alunos colocar em prática o planejamento feito na atividade registrada pela figura 04, ou seja, o aluno passa a ter contato com o concreto verificando que as medidas por eles estabelecidas realmente conferem com o volume desejado.

Verifica-se que o trabalho com materiais manipuláveis são fatores positivos para a contribuição do aprendizado dos alunos. Resultados semelhantes são relatados por Nunes e Silva (2011) que trabalharam a construção de sólidos geométricos com uso desses materiais, os autores desenvolveram o estudo com dois grupos, o controle e o experimental e verificaram que, o grupo experimental que atuou com os materiais obtiveram uma evolução de aprendizagem superior ao grupo controle que não usou os materiais, “como podemos

observar o grupo experimental teve um aproveitamento melhor do que o grupo controle, ficando assim comprovado que a utilização de materiais didáticos alternativos é de grande valia para a aprendizagem da geometria espacial” (NUNES; SILVA, 2011, p. 09)

5.1 Análise quantitativa

As hipóteses do teste, com nível de significância de 5%, foram as seguintes:

$$\begin{cases} H_0: \text{não existe diferença entre as notas antes e depois} \\ H_1: \text{existe diferença entre as notas antes e depois} \end{cases}$$

Os testes inicial e final foram colocados na tabela 01 com os resumos dos escores por aluno e com os cálculos dos respectivos escores por postos:

Tabela 01 – Escores por aluno nos testes inicial e final

Notas antes	Notas depois	Escores antes	Escores depois
55,55	100	3,5	22,5
77,78	100	7	22,5
88,89	100	12,5	22,5
88,89	100	12,5	22,5
88,89	100	12,5	22,5
55,55	100	3,5	22,5
88,89	100	12,5	22,5
66,67	100	6	22,5
33,33	100	1,5	22,5
88,89	100	12,5	22,5
33,33	100	1,5	22,5
88,89	60	12,5	5
88,89	80	12,5	8
88,89	100	12,5	22,5

Fonte: Autores

Os valores encontrados para U e U' foram respectivamente 178 e 18. Como a metodologia deste teste orienta a usar o menor valor, então se usou o valor 18 para analisar a significância. Como $9 \leq n_2 \leq 20$, ou seja, $n_2 = 14$, utiliza-se a tabela com valores críticos de U apresentada por Johnson e Kuby (1999) para encontrar o valor de U tabelado. Consultando a tabela, esse valor foi de $U_{\text{tab}} = 55$. A decisão diz que se $U_{\text{calc}} \leq U_{\text{tab}}$, devemos rejeitar a hipótese H_0 . Verifica-se que 18 é menor que 55 logo rejeitamos a hipótese H_0 , concluindo que há diferença significativa entre as notas antes e depois da aplicação da oficina de Geometria Espacial com materiais manipuláveis.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com este trabalho verificamos que o uso de materiais manipuláveis para o ensino de Geometria Espacial contribui de forma significativa para o aprendizado dos alunos. A diferença de notas foi confirmada pelo teste estatístico e mostra que há maior aprendizado quando o aluno trabalha com material concreto em sala de aula.

Assim, este estudo que teve por objetivo avaliar a eficiência de uma metodologia de ensino de volume de sólidos geométricos a partir de materiais manipuláveis, teve seu objetivo alcançado, uma vez que se pode avaliar a metodologia com o apoio das duas abordagens, a qualitativa e a quantitativa.

Neste sentido, esperamos ter dado nossa contribuição ao conhecimento e desejamos que professores e futuros professores possam tomar essa idéia para aumentar o leque de possibilidades de sua aula.

7 REFERÊNCIAS

BRASIL. Orientações Curriculares Para o Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. – Brasília: MEC, vol 2. 2006

_____. PCN+ Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. – Brasília: MEC. 2002

JOHNSON, Robert; KUBY, Patricia. **Elementary statistics**. Eighth edition. Duxbury, USA. 1999

KALEFF, Ana Maria M.R. **Vendo e Entendendo e Entendendo poliedros: do desenho ao cálculo do volume através de quebra-cabeças geométricos e outros materiais concretos**. Niterói. Ed. UFF, 2003.

MATOS, José M.; SERRAZINA, Maria de Lurdes. **Didáctica da Matemática**. Lisboa. Ed. Universidade Aberta, 1996.

NACARATO, Adair Mendes. **Eu trabalho primeiro no concreto**. Revista de Educação Matemática, Ano 9, no. 9-10. São Paulo. Ed. SBE, 2005.

RITTER, A. M. **A visualização no ensino de Geometria Espacial: possibilidades com o software Calques 3D**. Dissertação (Mestrado). 2011. Mestrado Profissionalizante em Ensino de Matemática. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. 143 p., 2011. Disponível em: <<http://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/32385/000786641.pdf?...1>> Acesso em: 11.09.14.

SILVA, A.; MARTINS, S.. **Falar de Matemática hoje é** Millenium – Revista do ISPV: n. 20, 2000. Disponível em: http://www.ipv.pt/millenium/20_ect5.htm. Acesso em: 11.09.14.