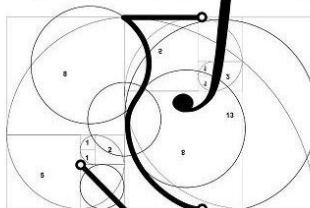


XX EREMAT SUL

Encontro Regional
de Estudantes de
Matemática da Região Sul



RESGATE HISTÓRICO ACERCA DA CONTRIBUIÇÃO DA FAMÍLIA BERNOULLI PARA A MATEMÁTICA

Gabriela Machado da Luz Albrecht – hernanegabriela@yahoo.com.br

Fundação Universidade Federal do Pampa, Campus Bagé, 96413-170 – Bagé, RS, Brasil

Vanessa Scheeren – vanessascheeren@hotmail.com

Fundação Universidade Federal do Pampa, Campus Bagé, 96413-170 – Bagé, RS, Brasil

Maria Cristina da Silva Gonzales – crisgonz@ibest.com.br

Fundação Universidade Federal do Pampa, Campus Bagé, 96413-170 – Bagé, RS, Brasil

Cristiano Peres Oliveira – cristiano.oliveira@unipampa.edu.br

Universidade Federal do Pampa, Campus Bagé, Travessa 45, nº 1650, Bairro Malafaia, CEP
96413-170. Bagé, RS, Brasil

Francieli Aparecida Vaz – francieli.vaz@unipampa.edu.br

Universidade Federal do Pampa, Campus Bagé, Travessa 45, nº 1650, Bairro Malafaia, CEP
96413-170. Bagé, RS, Brasil

Resumo: Neste trabalho, apresenta-se uma revisão bibliográfica sobre a utilização da história da matemática no contexto escolar e educacional. Defende-se a contribuição que essa prática proporciona aos educandos, por meio da possibilidade de construir seus conceitos matemáticos, baseados no contexto histórico do desenvolvimento desta ciência. A história da matemática, deve ser vista como uma contribuição para o estudo da matemática, pois há uma necessidade de discutir e estudar sobre seus ancestrais, para compreender a realidade que vivenciamos. Acredita-se que o processo de ensino-aprendizagem seja facilitado com a inserção desses recursos na educação matemática. Diante dessa questão, surgiu a ideia de pesquisar sobre a biografia de três ilustres matemáticos da família Bernoulli, que propiciaram diversos feitos a esta ciência. Através desta prática, busca-se favorecer o conhecimento intelectual e cultural dos envolvidos.

Palavras Chave: História, Matemática, Ensino, Aprendizagem.

1. INTRODUÇÃO

Com o advento das redes sociais, a comunicação tornou-se rápida e sucinta, alguns pesquisadores afirmam, inclusive, que estamos diante da geração dos cento e quarenta caracteres. Essa realidade está nas escolas e conseqüentemente no processo de ensino e aprendizagem. Fórmulas, processos mecânicos e rápidos são usados para resolver problemas que poderiam ser mais explorados e compreendidos se houvesse reflexão acerca de como surgiu, qual a necessidade da época e que relação esses fatos têm com a atualidade.

Conhecer fatos históricos por si só não resolve os problemas, faz-se necessário, também, a construção de um cenário propício para o desenvolvimento do senso crítico dos discentes. Nesse sentido, propõe-se a utilização da História da Matemática como agente dessa transformação, embora se reconheça que não se pode e nem se deve acreditar que os discentes tornar-se-ão mais críticos apenas por conhecerem os fatos marcantes no desenvolvimento da ciência. Há a necessidade de discussões para construir relações entre o passado e o presente. Segundo D’Ambrósio (1998), “*Conhecer, historicamente, pontos altos da matemática de ontem poderá, na melhor das hipóteses, e de fato faz isso, orientar no aprendizado e no desenvolvimento da matemática de hoje...*”. Ou seja, conhecendo o passado, pode-se projetar o futuro e consequentemente construir e reconstruir conceitos e teorias.

2. MATERIAIS E MÉTODOS

O presente trabalho apresenta uma revisão bibliográfica de três importantes matemáticos, que tiveram grande relevância para o desenvolvimento do Cálculo Diferencial e Integral, pertencentes a uma mesma família, são eles: Jacob I Bernoulli, Johann I Bernoulli e Nicolau I Bernoulli. Essa abordagem pretende ressaltar a importância de apresentar a história dos conteúdos matemáticos e a partir disso estabelecer discussões que desenvolvam o senso crítico, propiciando assim aos educados estabelecer conexões entre o que foi desenvolvido e o que ainda temos para desenvolver na sociedade contemporânea. Além, é claro, de aproximar os alunos da realidade vivida pelos grandes estudiosos matemáticos, responsáveis por fundamentais descobertas nessa área.

3. DESENVOLVIMENTO

Entende-se que conhecer a origem dos conteúdos estudados na escola possibilita aos alunos perceber que a matemática não surgiu do nada, mas sim, faz parte de um grande e longo processo que exigiu dedicação e persistência de muitos estudiosos para chegar ao que temos e estudamos hoje. Explorar este campo da matemática permite que os alunos identifiquem as características desses estudiosos e reconheçam semelhanças que o façam entender que apesar de terem pertencido a uma época distante, eram pessoas normais com dificuldades e facilidades como qualquer outra, de acordo com o que diz o autor:

A história da matemática é um elemento fundamental para perceber como teorias e práticas matemáticas foram criadas, desenvolvidas e utilizadas num contexto específico de sua época. Essa visão crítica da matemática através de sua história não implica necessariamente domínio das teorias e práticas que estamos analisando historicamente. Historiadores da matemática poderão conhecer essas teorias e técnicas e inclusive leva-las adiante e aprofundá-las. Um filatelista pode conhecer os detalhes da emissão de selos de uma certa época e um musicólogo pode dominar as técnicas da “viola de gamba”. Mas, assim como a correspondência não se moverá com os selos de antanho, nem um baile se animará ao som de uma “viola da gamba”, a sociedade moderna não será operacional com um instrumento intelectual obsoleto. Precisamos da matemática de hoje. (D’AMBROSIO, 1932, p. 29)

Estudar os fatos históricos, a vida e a obra dos estudiosos e entender o que os levou a tais descobertas, é fundamental para que se tenha uma dimensão da trajetória dessa ciência, tão fundamental para todos os segmentos da sociedade. Obviamente que apenas resgatar a história não basta para que se obtenha êxito, é necessário instigar os alunos a construir relações e com isso desenvolver o senso crítico, capaz de perceber que assim como o contexto

é diferente e mais evoluído que antigamente, os problemas a serem resolvidos na contemporaneidade também são mais complexos e necessitam de cidadãos mais preparados para resolvê-los.

Torna-se importante destacar aos discentes, que outrora as prioridades tanto da sociedade, quanto das ciências, eram outras, e que por isso, muito do que se discutia antigamente parece simples nos dias de hoje, entretanto, se não fosse o esforço e dedicação desses estudiosos, muito provavelmente, não estaríamos no patamar científico, e porque não dizer tecnológico, que vivemos hoje. Essa percepção histórica pode servir como estímulo para os discentes se aprofundarem mais, e quem sabe futuramente, serem os responsáveis por novas conquistas nesta área, em consonância com as necessidades e prioridades atuais.

Para isso, será abordada a história de vida e principais descobertas de três matemáticos que pertenceram a uma família que realizou importantes descobertas para essa ciência, são eles: Jacob Bernoulli, Johann Bernoulli e Nicolau I Bernoulli.

JACOB BERNOULLI

Jacob Bernoulli também conhecido como Jacques, ou ainda Jacob I, nasceu em Basileia (ou Basel) em 27 de dezembro de 1654 e faleceu na mesma cidade em 16 de agosto de 1705.

Obrigado por seus pais a estudar filosofia e teologia, graduou-se na Universidade de Basileia, com mestrado em Filosofia, em 1671 e licenciatura em Teologia, em 1676. Mesmo contra a vontade de seus pais, durante a graduação continuava estudando matemática, física-matemática e astronomia, especialmente teorias sobre cometas. Foi o primeiro a seguir um caminho diferente do padrão-típico seguido pelos membros da família Bernoulli, pois não havia tradição da matemática na família antes de Jacob Bernoulli.

Após terminar o curso de Teologia, Bernoulli foi para Genebra, onde trabalhou como professor particular. Passou dois anos estudando com os seguidores de René Descartes e, em 1681, viajou para a Europa, onde conheceu Johann Hudde, reuniu-se com Robert Boyle, Robert Hooke, Gottfried Leibniz, Isaac Barrow, Christian Huygens. Profundamente interessado em astronomia, produziu uma obra que resultou numa teoria incorreta sobre cometas.

Voltou à Suíça e começou a ensinar mecânica na Universidade de Basileia, em 1683, dando uma série de importantes contribuições sobre a mecânica dos sólidos e líquidos. Desde sua graduação em teologia, lhe foi oferecido um cargo na igreja, mas ele recusou, pois o seu real interesse era a matemática e a física teórica e foi nestes tópicos que ele ensinou e pesquisou. Durante este período, estudou as obras principais dos matemáticos de sua época, incluindo Géométrie de R. Descartes e os trabalhos de Wallis e Barrow, sendo que este último despertou o seu interesse pela geometria infinitesimal. Em 1682, Bernoulli começou a publicar na revista Acta Eruditorum que foi estabelecido em Leipzig.

Casou-se com Judith Stupanus, em 1684, com quem teve dois filhos, Verena e Nicolau III, sendo que ambos, contrariando a nova tradição da família Bernoulli, não se destacaram nem como matemáticos e nem como físicos.

Jacob foi nomeado professor de Matemática na Basileia, em 1687, mesmo ano em que seu irmão mais novo, Johann Bernoulli, enquanto cursava medicina conforme a vontade de seu pai, pediu para que Jacob lhe ensinasse matemática. Os dois irmãos começaram a estudar o cálculo apresentado por Leibniz em um artigo de 1684 sobre o cálculo diferencial, durante os anos de 1687 e 1690. É importante salientar que as publicações de Leibniz sobre o cálculo eram muito obscuras para os matemáticos da época e os Bernoulli foram os primeiros a tentar compreendê-las. Assim, iniciaram com Leibniz a elaboração de uma série de artigos que foram publicados na Acta Eruditorum, dando origem à difusão do Cálculo Leibniziano.

Após um período de estudo juntos, Jacob percebeu que Johann tinha um raciocínio mais rápido e estava se destacando entre os estudiosos da época. Ele provavelmente sentiu que Johann era o matemático mais poderoso dos dois, e isso foi crucial para o restante da história de ambos. Em certo momento, Jacob chegou a citar que Johann era na verdade seu aluno, cujas únicas realizações seriam repetir o que seu mestre havia lhe ensinado. Ataques vergonhosos e desnecessários quase puseram fim a uma relação que contribuiu muito para o que hoje se conhece sobre a matemática.

Mesmo com esta disputa sobre quem teria o maior reconhecimento, ambos fizeram contribuições importantes para a matemática. Não se sabe ao certo, se a rivalidade incentivou-os a descobertas maiores, ou se eles conseguiriam ir mais longe se tivessem continuado a sua colaboração conjunta.

Dentre as principais contribuições de Jacob Bernoulli na área da matemática, destacam-se a primeira integração de uma equação diferencial, na qual o termo integral apareceu com o seu real sentido de integração; os tratados sobre Álgebra e Geometria; o trabalho sobre séries infinitas, que posteriormente ficou conhecido como a “desigualdade de Bernoulli”; as pesquisas sobre série exponencial, as quais levaram a considerá-lo o pai do cálculo exponencial; a publicação de trabalhos sobre logaritmos e integração; a investigação sobre as curvas de cáusticos, especialmente, as associadas com as curvas de parábola, a espiral logarítmica e a epicloide; a lemniscata de Bernoulli; a aplicação do cálculo na construção de pontes suspensas; a resolução da equação $y' = p(x).y + q(x).y^n$, que hoje conhecemos como a “equação de Bernoulli”; entre outros.

Bernoulli trabalhou extensivamente com cálculo diferencial e integral e equações diferenciais, mas tinha verdadeiro fascínio pelas séries e divertia-se tentando a solução de problemas populares a época, como por exemplo achar a curva da catenária. Seu trabalho mais original foi a *Ars Conjectandi*, publicado postumamente em 1713, por seu sobrinho Nicolau I, é a mais antiga obra sobre teoria das probabilidades. O trabalho informou sobre os resultados conhecidos da teoria da probabilidade e da enumeração, incluindo a aplicação da teoria da probabilidade em jogos de azar e sua introdução ao teorema conhecido como a lei dos grandes números. Os termos “julgamento Bernoulli” e “números de Bernoulli” são os frutos deste trabalho.

Jacob continuou a segurar a cadeira de matemática em Basileia, até sua morte em 16 de agosto de 1705, quando a cadeira foi preenchida por seu irmão Johann. Bernoulli, um apaixonado pelas curvas e pelo Cálculo, que sempre considerou as propriedades da espiral logarítmica como sendo quase mágicas, pediu que fosse esculpida em sua lápide a frase em latim: " *Eadem Mutata Resurgo*", que significa "surjo sempre igual a mim próprio".

JOHANN BERNOULLI

Johann Bernoulli, matemático suíço, nasceu em Basel e, se dependesse do pai seria médico, inclusive chegou a defender tese de doutorado em 1690, sobre efervescência e fermentação. Era irmão de Jacob Bernoulli, que era 12 anos mais velho. Apesar da contrariedade do pai, os dois irmãos tiveram forte influência nos descendentes da família pelo gosto pela matemática.

Foi a partir da indicação do irmão Jacob, que ele trabalhou com o matemático L'Hospital, em 1692, em Paris, sendo que este, após sua morte, acusou-o de plágio pelo que escrevera na sua famosa obra, o livro de Análise dos Infinitamente Pequenos por Linhas Curvas.

Johann também era considerado um dos mais importantes fundadores do cálculo, junto com Newton e Leibniz, deste último, inclusive, os irmãos Jacob e Johann Bernoulli, se

tornaram os mais importantes discípulos, foram os primeiros a perceber a potência do cálculo e aplicaram na resolução de vários problemas.

Tentou afirmar-se em outros campos científicos como: química, medicina, e o estudo do movimento dos animais de acordo com a escola de Borelli, mas foi na matemática aplicada que ele desenvolveu diversos estudos, principalmente, no cálculo das variações, sobre refração da luz, trajetórias ortogonais da família das curvas e quadraturas de áreas em séries. A curva braquistócrona (trajetória de uma partícula sujeita a um campo gravitacional constante sem atrito e com velocidade inicial nula, se desloca entre dois pontos no menor intervalo de tempo), publicado em junho de 1696, na *Acta Eruditorum*. A solução da braquistócrona por Johann foi mais elegante que a de Jacob, que apesar de ser confusa e trabalhosa, era mais geral.

Os irmãos geralmente trabalhavam com os mesmos problemas, através dos quais tentavam medir seus conhecimentos, usando como desafio mútuo. Johann queria ganhar fama e usava de métodos pouco convencionais e não muito honestos para aparecer como verdadeiro merecedor dos créditos, por isso é difícil determinar quem teve melhores resultados, mas mesmo assim, ambos contribuíram muito para o desenvolvimento do cálculo.

Em 1695, foi nomeado professor de matemática na Universidade de Groningen, onde permaneceu até 1705, e teve como discípulo o grande Euler. Quando descobriu o talento do aluno para a matemática, Johann interveio junto ao pai, Paulus Euler, convencendo-o que seu filho estava destinado a ser um grande matemático ao invés de teólogo.

Abandonado pela família, morreu completamente louco, em 1º de janeiro de 1748, com 81 anos de idade. Johann teve três filhos: Nicolaus, Daniel e Johann II, todos eles matemáticos e cientistas renomados no século XVIII.

NICOLAU I BERNOULLI

Nicolau I Bernoulli foi nascido na Basileia, em 21 de outubro de 1687. Seu nome aparece numerado, como no caso de muitos membros da família, devido a existência de vários Bernoulli matemáticos que compartilham do mesmo nome.

Nicolau I é sobrinho dos matemáticos Johann e Jacob Bernoulli e foram seus tios que o incentivaram para o estudo da matemática, tanto que Jacob supervisionou toda sua graduação, como mestre na Universidade de Basileia, terminada em 1704. Cinco anos mais tarde, concluiu o doutorado pela mesma universidade com a tese, que foi seu primeiro trabalho conhecido na literatura, *De Usu Artis Conjectandi in Jure*, que trata de temas como a probabilidade de sobrevivência de pessoas, precificação de seguros, preços de loterias, questões de herança, confiança em testemunhas e probabilidade de inocência de um acusado.

Viajou pela Europa, onde se tornou amigo dos também matemáticos Pierre Rémondde Montmort e Abraham de Moivre. Acabou regressando a Basileia onde ministrou as disciplinas de Direito e Lógica.

Nicolau I Bernoulli foi um importante matemático suíço, porém não muito produtivo, visto que suas realizações estão espalhadas em correspondências que compreendem a 560 textos, trocadas com diversos colegas, dentre eles Montmort, Leibniz e Euler. Uma das suas mais significativas descobertas parte de uma correspondência com Montmort, entre 1710 e 1712, e está publicada na obra *Essai d'analysesurlesjeux de hazard* (Paris, 1713). Quando seu tio Jacob de Bernoulli morreu em 1705, deixando a *Arte da Conjectura* quase concluída, foi solicitado que Nicolau I organizasse a obra, deixando-a pronta para publicação, embora ele tivesse apenas 18 anos. Nicolau I levou oito anos para realizar a tarefa, concluída em 1713, justificando que era muito novo e que estava bastante ausente devido a suas viagens.

Nicolau I Bernoulli formulou o Paradoxo de São Petersburgo, em 1713, um dos mais famosos na teoria da probabilidade, que foi publicado pela primeira vez por seu primo Daniel Bernoulli, em 1738. O paradoxo, compreende o seguinte problema: Suponha que uma moeda é jogada repetidamente até que a primeira “cara” apareça. O jogo paga 2^{n-1} dólares se a primeira cara aparecer na n ésima jogada. Qual o preço que um indivíduo pagaria para entrar neste jogo? Em 1716, foi à Itália, onde ocupou, por algum tempo, a cátedra de matemática em Pádua que anteriormente pertencia a Galileu Galilei (1564-1642).

Criticou a falta de fundamentação dos métodos de Euler no tratamento das expressões infinitas, principalmente a utilização das séries divergentes, essa polêmica foi discutida por cartas, entre os dois matemáticos, durante os anos quarenta. Ele também foi um importante apoiador de Leibniz, acerca das controvérsias com Newton, sobre quem merecia o mérito pela descoberta do cálculo.

4. CONCLUSÕES

A história da matemática é uma importante ferramenta facilitadora do aprendizado, pois sua abordagem possibilita que os alunos reconheçam a trajetória dos conceitos estudados em sala de aula. Essa perspectiva permite aos discentes reconhecer que a matemática não foi criada por acaso e nem descoberta por uma única pessoa, seu desenvolvimento se deu ao longo do tempo, de acordo com as necessidades e prioridades de gerações e de pessoas que dedicaram, na maioria das vezes, suas vidas em prol dessa ciência.

Sabe-se que são muitos os desafios enfrentados pelo professor em sala de aula, no entanto, não se pode deixar que esses desafios o impeçam de buscar novas estratégias de aprendizado, visto que as necessidades dos alunos de hoje não são as mesmas dos de ontem, e por isso é fundamental que as aulas e os métodos sejam repensadas. Daí a importância de abordar a história dos conteúdos matemáticos, pois os alunos de hoje não se contentam apenas em estudar os conceitos, eles querem saber de onde saíram, quem inventou, por que inventou e para que servem.

Ao analisar a bibliografia dos autores e sua relevância para o desenvolvimento dessa ciência, bem como, ao discutir sobre a importância de abordar a história da matemática na educação básica, questionamo-nos sobre: O que a geração atual ainda tem a contribuir nesta área? O que ainda falta descobrir? Quais os desafios encontrados hoje, pelos grandes estudiosos da área? Essas questões nos instigam a pensar sobre qual é o nosso papel na história.

É preciso que seja criada uma nova proposta, em que os alunos não apenas memorizem os conceitos, mas também os compreendam e internalizem. E esta investigação histórica da matemática torna-se um ponto fundamental na construção dessas mudanças necessárias. Introduzi-la no processo de ensino-aprendizagem deve ser feito sem que isso seja tratado como conteúdo programático, mas como um método facilitador para resolução de questões práticas da matemática.

5. REFERÊNCIAS

A Família Bernoulli. Clubes de Matemática da OBMEP: Disseminando o estudo da matemática. Acessado em 19 out. Disponível em: http://clubes.obmep.org.br/blog/b_bernoulli/

CUSINATO, Rafael Tiecher. **Teoria da decisão sob incerteza e a hipótese da utilidade esperada: conceitos analíticos e paradoxos.** Acessado em 16 out. 2014. Disponível em: <http://hdl.handle.net/10183/1961>.

D'AMBROSIO, Ubiratan, 1932. **Educação Matemática: Da Teoria à Prática.** Editora Papirus, 1996. Campinas, SP.

Família Bernoulli. Acessado em 16 out. 2014. Disponível em: <<http://web.educom.pt/~pr2003/2002/matematica/bernouilli.pdf>>.

Jacob (Jacques) Bernoulli. Acessado em 19 out. Disponível em: http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/Biographies/Bernoulli_Jacob.html

STEWART, I. **Em Busca do Infinito: Uma História da Matemática dos Primeiros Números à Teoria do Caos.** Rio de Janeiro: Editora Zahar, 2004.

ZABALA, Filipe Jaeger; SILVEIRA, Fabiano Feijó. **Jurimetria: Estatística Aplicada ao Direito.** Acessado em 14 out. 2014. Disponível em: http://www.esmarn.tjrn.jus.br/revistas/index.php/revista_direito_e_liberdade/article/view/732/596.