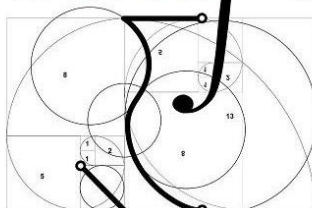


XX EREMAT SUL

Encontro Regional
de Estudantes de
Matemática da Região Sul



MODELAGEM MATEMÁTICA APLICADA À REPRESENTAÇÃO GRÁFICA EM ARQUITETURA

Rejane Pergher - rejane.pergher@gmail.com

Universidade Federal de Pelotas, Departamento de Matemática e Estatística, Campus Capão do Leão, 96160-000 - Pelotas, RS, Brasil.

Janice Pires - janicepires@hotmail.com

Universidade Federal de Pelotas, Fac. Arquitetura e Urbanismo, Rua Benjamin Constant, 1350, Centro, Pelotas, RS, Brasil.

Resumo. Neste trabalho apresentamos uma experiência realizada no eixo temático de Modelagem Matemática do Curso de Licenciatura em Matemática à distância (CLMD) da Universidade Federal de Pelotas – UFPEL, onde propusemos uma atividade de modelagem aplicada à Arquitetura. O referido curso passou a se estruturar em 2010 através de eixos temáticos, sem existir uma organização curricular sequencial tradicional. O currículo por eixos temáticos se organiza com conteúdos e atividades que envolvem várias áreas do conhecimento que estão associadas à atividade profissional do professor de Matemática, visando inserir uma formação mais integral. Em uma destas áreas, que trata de conhecimentos de representação gráfica e arquitetura, foi possível identificar um problema concreto de aplicação da modelagem matemática. Na área em questão são estudadas técnicas de representação gráfica, as quais exigem um conhecimento aprofundado da geometria, no sentido de habilitar o futuro arquiteto para a atividade de projeto. O objetivo deste trabalho é apresentar uma aplicação da matemática voltada à Arquitetura. A partir de exemplos de análises de obras arquitetônicas, a modelagem matemática foi utilizada como técnica de análise e reconhecimento de curvas encontradas em tais obras. Através de uma sequência de exercícios de ajuste de curvas os estudantes do CLMD aprenderam diversos conceitos associados: matemática, geometria e arquitetura, de maneira aplicada. Como resultado, obtivemos uma motivação maior dos aprendizes na teoria da aproximação e um aprendizado mais significativo.

Palavras-chave: Ensino de Matemática, Arquitetura, Representação Gráfica, Modelagem Matemática.

1 INTRODUÇÃO

O Curso de Licenciatura em Matemática à distância da Universidade Federal de Pelotas foi implantado em 2006 e sofreu uma reestruturação no Projeto Pedagógico do Curso (PPC) em 2010. A principal alteração refere-se à organização curricular não sequencial, através de eixos temáticos, voltados para a formação inicial de um professor de matemática. Tais eixos não possuem uma sequência pré-definida, nem pré-requisitos, pois cada eixo contém os conceitos necessários para o seu desenvolvimento. Neste modelo curricular, é proposta uma integração entre várias áreas do conhecimento associadas à atividade profissional do professor de matemática, com o objetivo de oferecer uma formação mais integral. Dessa maneira, a cada eixo os temas tratados são interassociados e organizados de maneira a se complementarem, reunindo-se professores das áreas da educação, matemática, psicologia, libras, gráfica digital, educação matemática e física.

É neste contexto que se insere o eixo de Modelagem Matemática, no qual buscou-se fazer com que os estudantes resolvessem problemas reais, aplicados. Neste sentido, foi desenvolvida uma atividade prática que teve a proposta de integrar o conhecimento geométrico aplicado à arquitetura ao da modelagem matemática, como estratégia de ensino e aprendizagem.

Identificou-se na área de representação gráfica digital um estudo concreto de resolução de problemas o qual poderia ser apoiado pela modelagem matemática com aplicação da teoria da aproximação. Na área em questão, as técnicas estudadas exigem um conhecimento aprofundado da geometria, no sentido de habilitar o futuro arquiteto para a atividade de projeto. Este conhecimento geralmente é construído a partir de atividades de análise e representação de obras de arquitetura. Partindo-se destes exemplos, propôs-se uma atividade de ajuste de curvas e os resultados foram bastante positivos.

2 O CONCEITO DE AJUSTE DE CURVAS NA MODELAGEM MATEMÁTICA

Ribeiro, Zabadal e Poffal, 2009, descrevem que a formulação de modelos empíricos baseada em análise dimensional constitui uma alternativa viável para a solução de problemas para os quais não se dispõe de um modelo rigoroso que represente o cenário físico em estudo. Segundo estes autores, o método usualmente empregado para obter funções que correlacionam dados experimentais é o ajuste de curvas. Mencionam que o método parte de dois conjuntos de dados e objetiva definir os coeficientes de uma função cuja forma é previamente definida.

O método de mínimos quadrados considera a melhor curva, ou seja, aquela que melhor se adapta ou se ajusta ao conjunto de dados – à curva cuja soma das distâncias entre os pontos coletados e o equivalente, na função representada pela curva em questão, é menor.

3 A ATIVIDADE DE REPRESENTAÇÃO GRÁFICA EM ARQUITETURA

Em áreas na qual a geometria é objeto de conhecimento para as atividades profissionais, tal como ocorre em Arquitetura e Design, a descrição precisa de elementos geométricos, como as curvas planas e espaciais, é necessária para habilitar para a geração da forma.

Problemas de projeto referentes à forma, assim como de representação de modelos associados a estes, podem ser resolvidos quando existe uma clareza sobre as propriedades e elementos constituintes destas curvas. Esta habilitação também se torna importante ao interesse de gerar formas diferenciadas daquelas tradicionalmente conhecidas pelos estudantes

e futuros profissionais. Investe-se assim no propósito de construir um repertório geométrico para o projeto de arquitetura e design (PIRES, 2010).

Identifica-se que arquitetos reconhecidos se utilizam de um repertório formal e muitas vezes criam formas diferenciadas ao introduzir mudanças nos processos de geração de uma determinada superfície do tipo clássica, gerando outras superfícies semelhantes a esta. Ao utilizar tais recursos de projeto, o arquiteto poderá levar a "interpretação" ou "leitura" equivocada tanto sobre o tipo de forma espacial que foi empregada, quanto às curvas que a geraram.

A obra Igreja Nossa Senhora Aparecida (Fig. 1), em Brasília, de Oscar Niemeyer, é um destes exemplos. A mesma figura ilustra uma seção frontal da obra na qual pode ser observada a curva que constitui o seu perfil. Esta curva é o elemento gerador da superfície da obra, definida com sua geratriz.

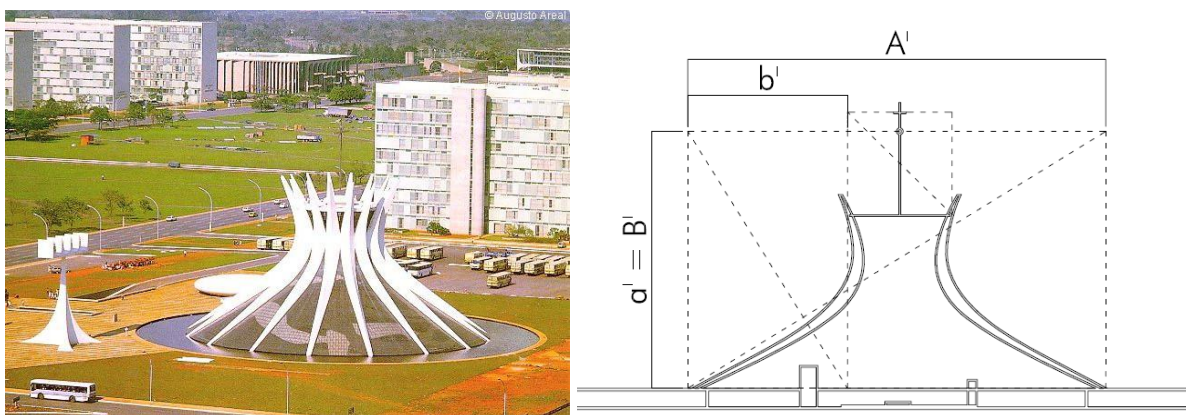


Figura 1 - À esquerda, Catedral Metropolitana Nossa Senhora Aparecida, Arquiteto Oscar Niemeyer, Brasília.

Fonte da imagem: http://aigrejacatolicanaimprensa.zip.net/arch2009-06-21_2009-06-27.html; à direita, seção frontal. Fonte: Mayer, 2003.

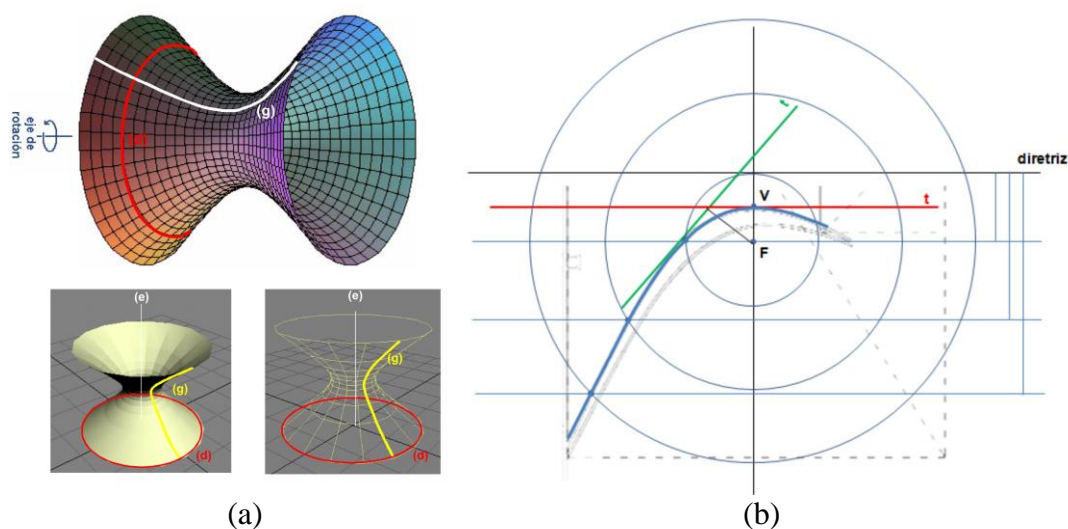


Figura 2 – (a) hiperboloide de revolução de uma folha. Fonte: autora, 2011, com base na imagem disponível em <http://enciclopedia.us.es/index.php/Hiperboloide>.
 (b) análise geométrica da curva geratriz da obra. Fonte: autora, 2012.

Esta obra se encontra descrita por muitos autores como sendo um hiperboloide de revolução de uma folha, superfície gerada pela curva hipérbole, conforme ilustrado à esquerda da Fig. 2. No entanto, análises gráficas sobre a seção vertical da obra mostraram que a curva geratriz não corresponde a uma hipérbole, conforme imagem da Fig. 2, à direita, mas ao desenho de uma curva parábola.

Voltando-se à configuração espacial da Igreja projetada por Oscar Niemeyer, com o intuito de analisar seu processo de geração, identifica-se que esta foi gerada pelo processo de rotação da curva parábola em torno da diretriz da própria curva e não de seu eixo de simetria, como ocorre nas superfícies clássicas de revolução. Tal processo gerou uma superfície curva que é diferente do hiperboloide de revolução, embora tenha semelhança visual com este.

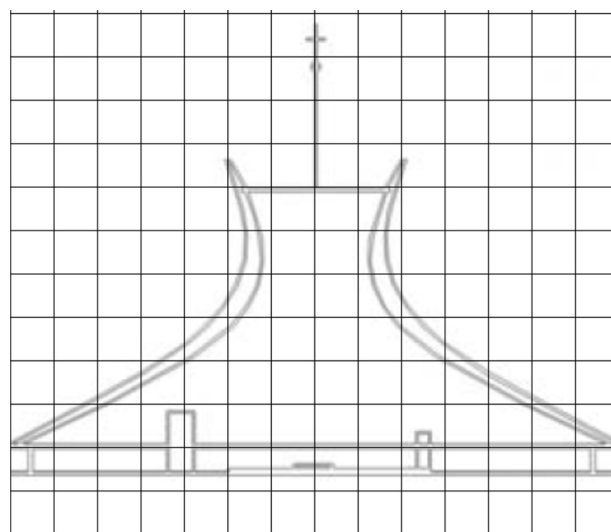
O processo utilizado por Niemeyer não é de fácil identificação, tornando-se importante demonstrar tais exemplos no contexto didático de formação profissional, tanto da arquitetura, como dos professores de matemática, através de exercícios com técnicas que facilitem reconhecer as superfícies e as curvas que as geram.

4 MATERIAIS E MÉTODOS: EXERCÍCIOS DE AJUSTE DE CURVAS APLICADOS A REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DE ARQUITETURA

O eixo de Modelagem Matemática foi executado em 2014/1, com 474 alunos inscritos, provenientes dos projetos UAB3, UAB4 e PARFOR. Foi desenvolvido em 22 polos, no estado do Rio Grande do Sul. Utilizou-se o Ambiente Virtual de Aprendizagem, MOODLE, para fóruns de discussão, chats, videoaulas e webconferências.

Propusemos uma atividade envolvendo o conceito de ajuste de curvas, relacionando a matemática e a arquitetura. Uma aplicação do método dos mínimos quadrados é a determinação aproximada das curvas envolvidas em construções arquitetônicas. Inicialmente, apresentamos um problema resolvido (primeiro problema), para em seguida apresentarmos um problema para os alunos (segundo problema), como atividade avaliativa.

4.1 Primeiro problema: A seção frontal da Catedral de Brasília foi subdividida através de uma malha modular quadrada de 1 cm, sendo a figura representada na escala de 1:500, correspondendo cada módulo a 500 cm na obra em tamanho real (Fig. 3).



Escala 1:500

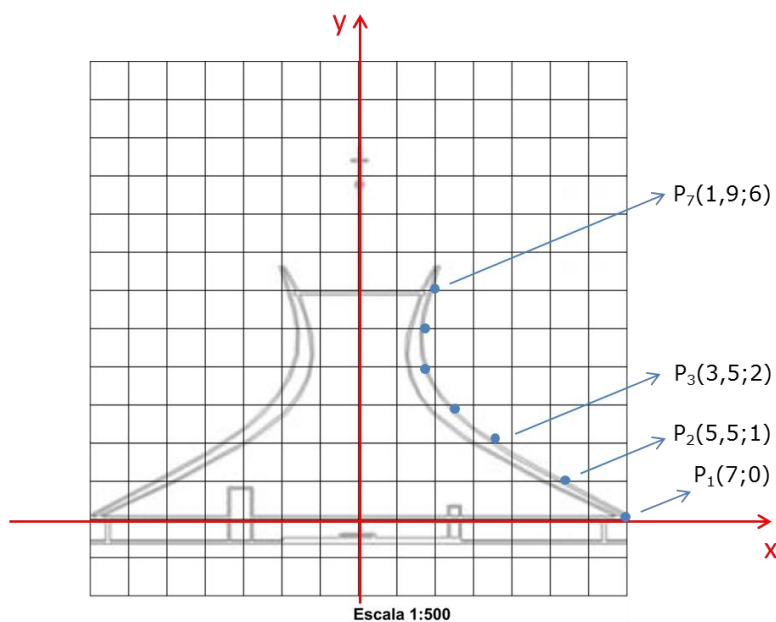
Cada módulo de 1x1 cm representa 5 metros (500 cm) na obra.

Figura 3 - Esquema gráfico modular sobre o corte da Catedral Metropolitana de Brasília.

Fonte da imagem: Mayer, 2003 (<http://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/6693>)

Observando as curvas laterais, elas se parecem com parábolas. Assim, surge a pergunta: como podemos fazer para encontrar funções do segundo grau cujos gráficos se ajustem as curvas das laterais da catedral?

Solução: Partindo-se da hipótese anteriormente levantada de que as curvas laterais seriam parábolas, queremos obter uma função polinomial do segundo grau $x = p(y) = a_0 + a_1y + a_2y^2$ que se ajusta a determinados pontos escolhidos.



Escala 1:500

Cada módulo de 1x1 cm representa 5 metros (500 cm) na obra.

Figura 4 – Esquema gráfico da Fig. 3, com sistema de eixos e pontos da curva.

Dada a simetria da figura, vamos estabelecer dois eixos (x e y) em torno da base da catedral e da reta perpendicular à base que passa pela cruz no seu topo, conforme o esquema da Fig. 4.

Observe que estabelecido um eixo de referência, podemos demarcar diferentes pontos ao longo da curva.

Como soluções, obtivemos $p(y) = 35,85 - 2,26y + 0,046y^2$ e, por simetria, $x = -p(y) = -35,85 + 2,26y - 0,046y^2$.

A Fig. 5 ilustra um gráfico desses dois polinômios no intervalo, em y, de 0 a 30 metros, no qual podemos notar a semelhança das curvas resultantes com as curvas das laterais da catedral.

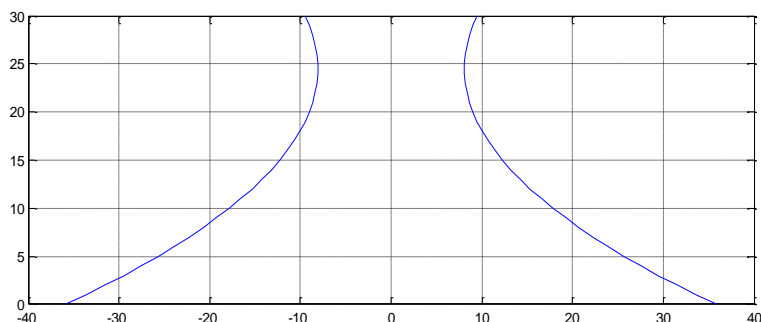


Figura 5 - Representação gráfica das curvas resultantes das funções de segundo grau identificadas através do método de ajuste de curvas.

Fonte da imagem: Simulação realizada no software Geogebra, autora, 2014.

Uma vez resolvido este problema, propusemos a realização de uma questão avaliativa, apresentada a seguir, para ser pesquisada e entregue num prazo de 15 dias. A figura 5 à esquerda ilustra a Catedral Cristo Rei em Belo Horizonte, na qual se pode observar como a abóboda inferior é semelhante a uma parábola côncava para baixo. Sobre esta figura foi representada uma malha quadrada de 1 cm, na escala de 1: 600, o que corresponde a 60 m na escala real para cada módulo da malha.

4.2 Segundo problema: Seguindo os eixos estabelecidos (em vermelho) na Fig. 6, à direita, utilize a metodologia proposta anteriormente para determinar uma função do segundo grau cujo gráfico se ajusta à curva da abóboda inferior (demarcada pela curva fechada em verde). Por fim, utilize um software de sua preferência para desenhar o gráfico da curva e imprima-o.

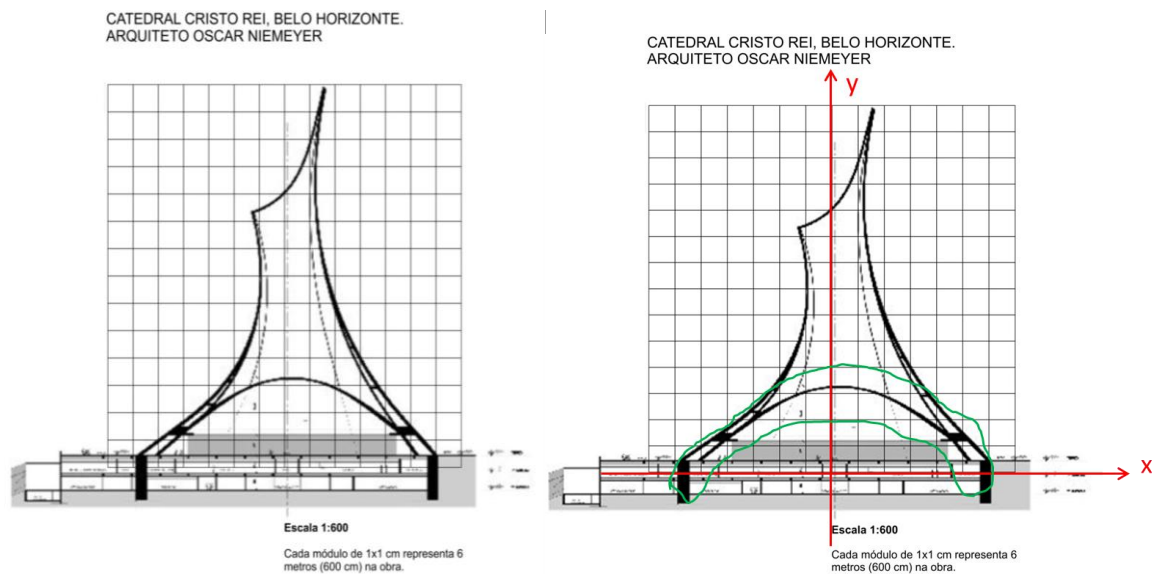


Figura 6 - À esquerda, esquema gráfico modular sobre o corte da Catedral Cristo Rei.
Fonte da imagem: <http://www.oscarniemeyer.com.br/obra/pro603>; À direita, esquema gráfico sobre o corte da Catedral Cristo Rei, com sistema de eixos.

5 ANÁLISES E DISCUSSÕES

A proposta do trabalho foi muito bem recebida pelos alunos que se sentiram motivados pela aplicabilidade do conhecimento matemático na arquitetura. Novos conceitos puderam ser inseridos, tais como a técnica de escala de gráficos, eixo referencial, a obra do arquiteto Oscar Niemeyer, entre outros. Com o retorno dos alunos, acreditamos que esta atividade deva ser realizada novamente, pois acreditamos que a aprendizagem foi bastante significativa.

Segundo os PCN,

A interdisciplinaridade supõe um eixo integrador, que pode ser o objeto de conhecimento, um projeto de investigação, um plano de intervenção. Nesse sentido, ela deve partir da necessidade sentida pelas escolas, professores e alunos de explicar, compreender, intervir, mudar, prever, algo que desafia uma disciplina isolada e atrai a atenção de mais de um olhar, talvez vários (BRASIL, 2002, p. 88-89).

Neste contexto, os alunos perceberam que um conceito matemático pode ser aplicado em diferentes áreas do conhecimento humano e que é necessário trabalhar metodologias diferenciadas em busca de uma efetiva aprendizagem matemática.

Agradecimentos

As autoras agradecem a Capes e a UAB (Universidade Aberta do Brasil) pela bolsa de professor pesquisador.

REFERÊNCIAS

- BASSANEZI, R. C. **Ensino-Aprendizagem com Modelagem Matemática** – 3ª ed. - São Paulo: Editora Contexto, 2013.
- BIEMBENGUT, M. S. & H., Nelson. **Modelagem Matemática no Ensino**. - 3ª ed. - São Paulo: Editora Contexto, 2003.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio**. Brasília: Ministério da Educação, 2002.
- MAYER, R. A **Linguagem de Oscar Niemeyer**. 2003. Dissertação (Mestrado em Arquitetura) - PROPAR. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Acessado em set 2008. Online. Disponível em: <http://www.lume.ufrgs.br/>
- PIRES, J. F. **Construção do Vocabulário e Repertório Geométrico para o Projeto de Arquitetura**. 2010. Dissertação (Mestrado em Arquitetura e Urbanismo) - PROGRAU, Universidade Federal de Pelotas.
- RIBEIRO, V. G., ZABADAL, J. G., POFFAL, C. A., **Um método para automatizar a construção de funções de ajuste**. In: V Semana de Extensão Pesquisa e Pós-Graduação do Centro Universitário Ritter dos Reis, 2009, Porto Alegre. Anais da V Semana de Extensão Pesquisa e Pós-Graduação do Centro Universitário Ritter dos Reis. Porto Alegre: UniRitter, 2009.