ISSN 2177-9139

XX EREMATSUL

Encontro Regional de Estudantes de Matemática da Região Sul

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS: DESAFIO DA GRADUAÇÃO

Francieli Aparecida Vaz – francieli.vaz@unipampa.edu
Fundação Universidade Federal do Pampa, Campus Bagé, 96413-170 – Bagé, RS, Brasil
Ana Paula Falcão da Silveira Gomes – anapaulafsgomes@hotmail.com
Fundação Universidade Federal do Pampa, Campus Bagé, 96413-170 – Bagé, RS, Brasil

Resumo. *A resolução de problemas contextualizados é uma estratégia didática/metodológica importante e fundamental para o desenvolvimento intelectual do estudante e para o ensino da matemática. Porém, em sala de aula, desde o ensino básico, constata-se um uso exagerado de regras e resoluções por meio de procedimentos padronizados. Essas atitudes viciam o estudante e fazem com que ele não desenvolva a habilidade de pensar criativamente e de ter capacidade de lidar com novas situações. Este trabalho visa mostrar a situação defasada com que os estudantes chegam a Universidade em questão de resolução de problemas. Para isso, aplicaram-se testes em 30 estudantes da componente curricular Cálculo II, para comparar a resolução de exercícios através de dois caminhos, um por meio de um problema contextualizado e outro deixando o aluno utilizar sua tradicional estratégia, ou seja, regras. Os resultados indicaram que quando existe uma situação problema, a dificuldade para interpretar e resolver é evidente. Isto é preocupante, pois na vida profissional e até mesmo social os problemas não surgem como uma função pronta ou um sistema pronto onde às vezes só é preciso substituir valores. Na realidade, para o sucesso do resultado ser obtido, o problema deve ser interpretado corretamente e uma estratégia de solução ser construída e executada. Esta prática estará presente nos universitários quando a resolução de problemas for proposta durante toda sua formação.*

Palavras Chave: *Problema, Matemática, Dificuldade, Graduação, Integral*

1. INTRODUÇÃO

Os problemas há muito tempo possuem destaque no campo escolar, desde os antigos egípcios, chineses e gregos. Temos como exemplo o Papiro de Ahmes, datado de 1650 A. C., que é um manuscrito matemático egípcio que consiste numa coleção de problemas, também se encontraram problemas semelhantes em outros livros de Matemática dos séc. XIX e XX (Onuchic, 2012). Porém, nessas publicações é importante salientar o aspecto extremamente limitado referente à aprendizagem de resolução de problemas.

Nos dias atuais temos problemas bem mais evoluídos, não só na Matemática, mas em todas as áreas, consequentemente é necessário que o cidadão seja capaz de estar à frente, atuante, centrado no processo de inovação, não apenas repetindo processos. Enfrentar novos desafios, avaliar o contexto, filtrar informação, estar em permanente processo de formação são responsabilidades intransferíveis para quem procura ser sujeito de sua própria história. Para que estas pessoas sejam inseridas no mercado de trabalho, com este perfil, é necessário que em sua vida escolar este tipo de desafio seja proposto, ou seja, a resolução de problemas contextualizados, desde o ensino básico até o superior.

Segundo Onuchic (1999), se entende por problema, “tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em resolver”, isto é, qualquer situação que estimule o aluno a pensar, que possa interessá-lo, que lhe seja desafiador e não trivial. Também é desejável que ela tenha reflexo na realidade dos alunos a que se destina. A resolução de problemas pode ser interpretada como o processo de selecionar e aplicar pré-requisitos a uma situação problema com o objetivo de resolvê-la.

Há muitos anos a resolução de problemas em matemática vem sendo estudada. Polya (1978) expõe o seu método de resolução de problemas dividindo-o em quatro etapas: compreensão do problema, construção de uma estratégia, execução da estratégia e revisão da solução. Já nos últimos anos uma coleção de artigos de Onuchic (1999, 2004, 2011, 2012) expõem reflexões, caminhos, avanços e novas perspectivas para esta metodologia.

O ensino em torno da solução de problemas propicia aos alunos o domínio de procedimentos, bem como a utilização dos conhecimentos disponíveis, para dar resposta a situações variáveis e diferentes.

Assim, quando se ensina através da resolução de problemas, possibilita-se aos alunos desenvolver sua capacidade de aprender a aprender, habituando-os a determinar por si próprios, respostas às questões que os inquietam, sejam elas questões escolares ou da vida cotidiana, ao invés de esperar uma resposta já pronta dada pelo professor ou pelo livro-texto. No entanto, não basta apenas ensinar a resolver problemas, mas incentivar que o aluno também proponha situações problema, partindo da realidade que o cerca, que mereçam dedicação e estudo. Incentivar o hábito pela problematização e a busca de respostas de suas próprias indagações e questionamentos como forma de aprender.

Fomos educados dentro de uma ideologia na qual se desenvolve adaptação e submissão e não confronto de pontos de vista e erros. Se o professor não se propuser a uma transformação interior, a sua tendência será a de manter essa atitude e, consequentemente, educando pessoas que não desenvolvem nenhuma autonomia intelectual, moral e emocional.

Compreender os dados de um problema, tomar decisões para resolvê-lo, estabelecer relações, saber comunicar resultados e ser capaz de usar técnicas conhecidas são aspectos que devem ser estimulados no processo de aprendizagem (Gonçalves, 2006). No decorrer desse processo, a formalização, o simbolismo e as técnicas precisas são introduzidas depois da resolução trabalhada, dando-se liberdade aos alunos, evitando-se direcioná-los para "o que pensar" ou "o que fazer", conduzindo-os somente em casos de maiores dificuldades, ou seja, quando eles não sabem como agir.

2. RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS EM CURSOS DE GRADUAÇÃO

O ensino e a aprendizagem da Matemática sem a resolução de problemas é um dos fatores do insucesso escolar, começando na educação básica e chegando às universidades, lamentavelmente. Com frequência encontramos estudantes de graduação, em áreas da ciência exata, que manifestam aversão à disciplina e os motivos referem-se à dificuldade em saber conceitos básicos e a falta de hábitos de leitura para retirar os dados do problema e interpretá-los corretamente.

Percebemos em sala de aula que quando a resolução de exercícios é de forma padronizada, utilizando regras, o estudante até chega ao resultado correto, porém se contextualizar um problema e pedir sua solução, a resposta quase sempre é: “não sei o que é para fazer”.

Para comprovar essa dificuldade, fez-se uma pesquisa com 30 estudantes da componente curricular Cálculo II de uma turma mista que possui graduandos em cursos de Engenharias e Licenciaturas da Universidade Federal do Pampa (UNIPAMPA), Campus Bagé.

Os conteúdos abordados foram: cálculo de área e volume de um sólido de revolução. A ideia foi aplicar dois testes, o primeiro envolvendo duas questões com exercícios contextualizados e o segundo teste sem contextualização para fazer uma comparação quantitativa.

2.1 Teste I – Exercício contextualizado

Neste teste aplicaram-se duas questões, a primeira sobre cálculo de área e a outra sobre volume de um sólido de revolução. As questões e sua resolução encontram-se em seguida. A questão referente à área foi retirada do trabalho de Luíz, 2013.

<u>Questão 1</u>: A entrada de uma livraria em um shopping é um arco de parábola, cuja altura máxima mede 3,0m, e os pontos A e B, situados na base do arco, distam 4,0m um do outro. As bases das portas de vidro da entrada da loja medem 1,0m cada uma. Determine a área de cada porta de vidro.

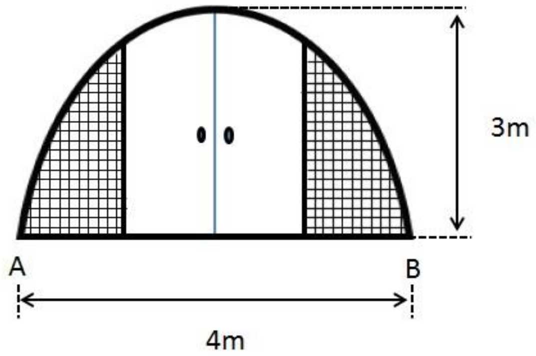

Figura 1- Porta de vidro.

Resolução:

Inicialmente, temos que determinar uma função quadrática que descreve a parábola da figura. Para isso, colocamos um sistema de eixos cartesianos convenientes, como na Fig. 2.

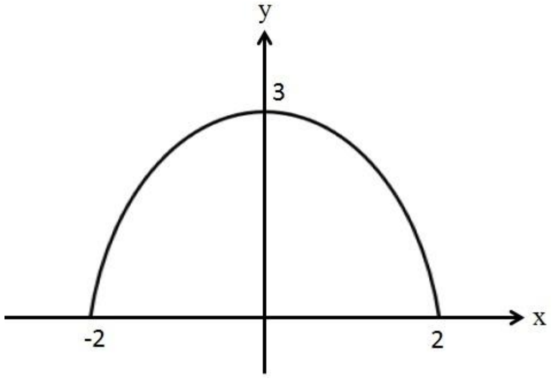

Figura 2- Entrada da livraria representada no eixo cartesiano.

Nesse sistema, a parábola passa pelos pontos (-2; 0), (2; 0) e (0; 3). Como a função quadrática é dada por

$$f(x) = ax^2 + bx + c \tag{1}$$

o sistema resultante é:

$$\begin{cases} 4a - 2b + c = 0 \\ 4a + 2b + c = 0 \\ c = 3 \end{cases} \tag{2}$$

Encontrando os valores de a, b e c, a função quadrática resulta em $f(x) = -\frac{3}{4}x^2 + 3$. Dessa forma, a área de uma das portas pode ser calculada pela integral da função no intervalo $-1 \leq x \leq 0$.

$$A = \int_{-1}^{0} \left(-\frac{3}{4}x^2 + 3 \right) dx = \left[-\frac{x^3}{4} + 3x \right]_{-1}^{0} = 2{,}75 \tag{3}$$

Logo a área de uma das portas é $2{,}75\text{m}^2$.

Observações:

- Existem outras possibilidades para a posição dos eixos cartesianos. Entretanto para o cálculo da área é conveniente que o eixo horizontal contenha os pontos A e B.
- Os conhecimentos requeridos para resolver este problema, além do cálculo integral são: reconhecer uma parábola como gráfico de uma função quadrática, saber a escrita de uma função quadrática, determinar a função quadrática conhecendo três pontos e resolução de sistemas lineares.

<u>Questão 2</u>: Uma taça para coquetel tem o formato e as dimensões da figura a seguir. Qual é o volume de liquido quando ela estiver cheia?

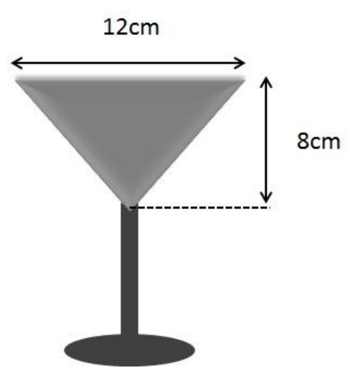

Figura 3- Taça para coquetel.

Resolução:

Inicialmente, temos que determinar uma função linear que descreve a borda da Fig. 3. Para isso, colocamos um sistema de eixos cartesianos convenientes, como na Fig. 4.

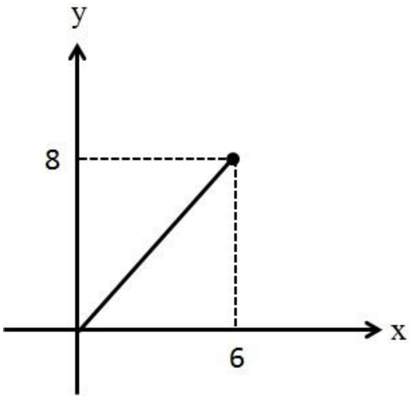

Figura 4- Gráfico que representa uma borda lateral da taça no eixo cartesiano.

Nesse sistema a reta passa pelos pontos (0,0) e (6,8). A função de uma reta é escrita como $y = ax + b$, mas da maneira como se colocou no sistema cartesiano, ela pode ser considerada uma função afim e ser escrita da forma:

$$y = ax \tag{4}$$

Por isso, determinamos $a = \frac{4}{3}$ e a função como $y = \frac{4}{3}x$. Para obter o volume da taça basta rotacionar a reta em torno do eixo y, no intervalo $0 \leq y \leq 8$, para isso precisamos escrever a função em termos de y, ou seja, $x = \frac{3}{4}y$. Assim, o volume da taça é dado pela integral:

$$V = \int_0^8 \frac{3}{4}x \, dx = \left[\frac{3x^2}{8} \right]_0^8 = 24 \tag{5}$$

Logo o volume da taça é 24cm^3.

Observações:

- Existem outras possibilidades para a posição dos eixos cartesianos. Entretanto, o cálculo do volume é simplificado quando a rotação da reta acontece no eixo y.
- Os conhecimentos requeridos para resolver este problema, além do cálculo integral são: reconhecer uma reta como função necessária para rotacionar e obter o volume, conhecer a escrita de uma função linear e afim, determinar a função conhecendo dois pontos.

2.2 Teste II – Exercício sem contextualização

Neste teste conservou-se o mesmo objetivo, ou seja, calcular área sob uma curva e volume de um sólido de revolução, porém não havia uma contextualização por traz dos exercícios. As integrais resultantes são semelhantes as do teste I, por isso, omitiremos aqui sua resolução.

Questão 1: Calcule a área entre a curva $y = -\frac{3}{4}x^2 + 3$ e o eixo x desde $x = -1$ até $x = 1$.

Questão 2: Calcule o volume do sólido de revolução gerado quando a região entre as retas $y = \frac{3}{2}x$, $y = 12$ e $x = 0$ gira em torno do eixo y.

3. RESULTADOS

Os testes foram realizados com mais de uma semana de diferença e em ambos o tempo foi mais do que suficiente para resolver as questões, alguns estudantes entregaram muito antes do tempo acabar. Também é importante salientar que o conteúdo já estava sendo trabalhado em sala de aula há algumas semanas antes dos testes.

A Fig. 5 indica a porcentagem de acertos em ambos os testes para as duas questões. Observando este gráfico se percebe a diferença entre os dois testes. Nos problemas onde a contextualização foi inserida apenas 10% dos estudantes acertaram a questão 1 e 36,7% a questão 2. Quando o processo para resolução foi através de regras e/ou padronizações, 63,3% dos estudantes acertaram a questão 1 e 66,8% a questão 2.

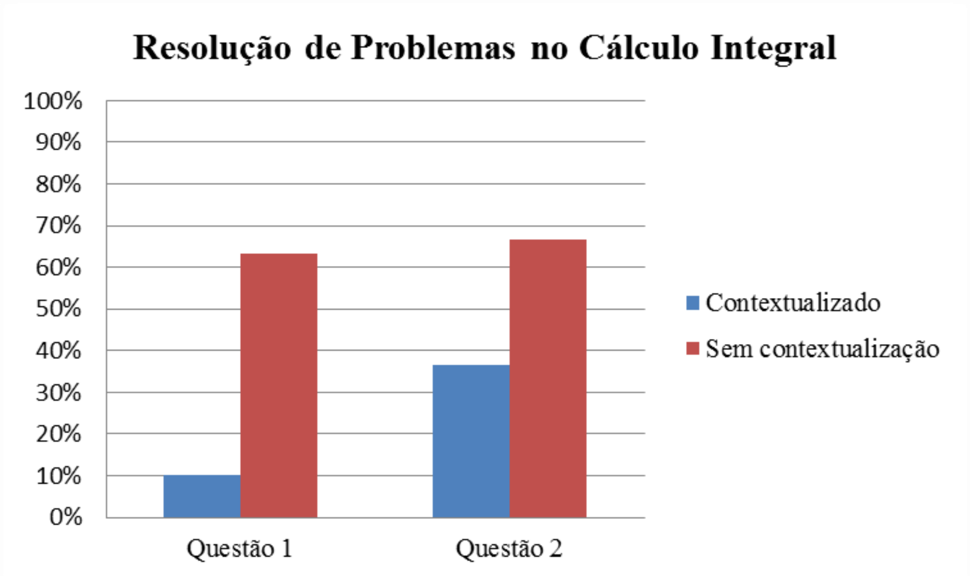

Figura 5- Gráfico que representa a porcentagem de acertos envolvendo problemas com e sem contextualização.

Observando estes resultados percebemos o quanto é difícil para estudantes de graduação resolver problemas contextualizados. Quando o aluno se depara com disciplinas que exigem essa capacidade de leitura e interpretação, pela falta de hábito e conhecimento ele acaba desistindo da componente curricular ou até mesmo trancando o curso.

Esta pesquisa foi aplicada em uma turma de Cálculo II, mas a realidade das outras componentes curriculares é semelhante, podemos perceber pelo alto índice de reprovação por frequência e reprovação por nota, estes dados estão disponíveis na secretária acadêmica da Universidade e foram tabulados para montar o gráfico contido na Fig. 6.

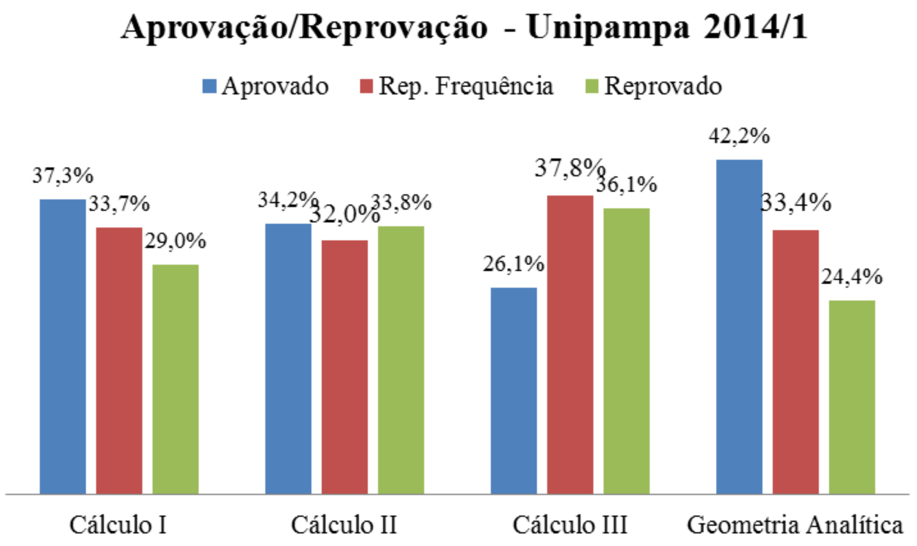

Figura 6- Dados de aprovação e reprovação em 2014/1 com relação às componentes curriculares indicadas na Universidade Federal do Pampa - Campus Bagé.

4. CONCLUSÕES

Para ter um bom aproveitamento, o aluno necessita muito mais do que saber as quatro operações básicas da matemática. Necessita se comunicar com diferentes canais de informações, conectar-se com outras áreas do conhecimento. Para enfrentar este desafio da graduação, é preciso potencializar a sala de aula com atividades significativas para os alunos, favorecendo a contextualização das aprendizagens matemáticas a partir da articulação com fatos históricos, políticos, sociais, econômicos, científicos, estatísticos e outros.

Diante desse contexto, deve haver uma motivação constante por parte dos professores do ensino básico e também do superior em melhorar suas práticas de sala de aula, levando diferentes recursos para perto dos alunos, tornando as aulas mais criativas, comunicativas, experimentais, sem impedir o desenvolvimento do pensamento e sua capacidade crítica. As regras e técnicas sempre existiram, e elas não são ruins, apenas devem ser colocadas em práticas junto a situações reais.

Tratar os conteúdos de ensino de forma contextualizada significa aproveitar ao máximo as relações existentes entre esses conteúdos e o contexto pessoal ou social do aluno, de modo a dar significado ao que está sendo aprendido. Implica levar em conta que todo conhecimento envolve uma relação ativa entre o sujeito e o objeto do conhecimento. Assim, a contextualização pode desenvolver no aluno a capacidade de relacionar o apreendido com o observado e a teoria com suas consequências e aplicações práticas.

O tratamento contextualizado do conhecimento é um dos recursos que a escola tem para retirar o aluno da condição de espectador passivo, levando-o a uma condição de cidadão crítico e capaz de aplicar os seus conhecimentos em diversas situações. Quando o aluno é estimulado, passa a pensar produtivamente, sente-se desafiado, se vê como construtor do próprio conhecimento, deixando assim de apenas aplicar conceitos e/ou métodos mecânicos para a resolução de exercícios.

O papel do professor quando utiliza esta metodologia será de incentivador, facilitador, mediador das ideias apresentadas pelos alunos, de modo que estas sejam produtivas, levando os alunos a pensarem e a gerarem seus próprios conhecimentos. Propiciando assim aos seus alunos, um momento de discussão, com a participação ativa dos alunos, compartilhando resultados, questionando métodos e analisando reflexões e soluções.

REFERENCIAS

GONÇALVES, J. L. O. Raciocínio Heurístico e a Resolução de Problemas – **Revista UNILAJES**, Edição 1, Nº 1, Ano I, 2006 ISSN 1980-8925 (versão eletrônica).

LUÍZ, F. **Cálculo no Ensino Médio: área bob o gráfico de uma curva**. 2013. 59f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - PROFMAT/SBM, Instituto de Matemática Pura e Aplicada.

NUNES, C.B A Metodologia de Ensino - Aprendizagem – Avaliação de Matemática Através da Resolução de Problemas: Análise de um Episódio na Formação de Professores. In: **VII CIBEM**, 7., Montevidéu, 2013. ISSN 2301-0797, p. 3062.

ONUCHIC, L.R. A Resolução de Problemas na Educação Matemática Onde Estamos E Para Onde Iremos?, **VII JORNADA NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**, Passo Fundo, 2012.

_______. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas, **Boletim de Educação Matemática**, ISSN 0103-636X São Paulo, vol. 25, núm. 41, p. 73-98, 2011.

_______. Ensino-Aprendizagem de Matemática Através da Resolução de Problemas. In: **BICUDO, M. A. V. Pesquisa em Educação Matemática: concepções & perspectivas**. São Paulo, 1999.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: **BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (Org.) Educação Matemática: pesquisa em movimento**. São Paulo: Cortez, 2004. p. 212-231.

POLYA, G. **A Arte de Resolver Problemas**. Rio de Janeiro: Interciência, 1978.