



Encontro Regional
de Estudantes de
Matemática da Região Sul

DIFICULDADES ENCONTRADAS PELOS ALUNOS EM RESOLVER QUESTÕES DE PROBABILIDADE

Nitiele Medeiros Contessa – nitielemc@gmail.com

Instituto Federal Farroupilha, Câmpus Alegrete, RS-377 Km 27 - Passo Novo, CEP 97555-000 – Alegrete, RS.

Laize Dariele de Lima Trindade–trindadedariele@hotmail.com

Instituto Federal Farroupilha, Câmpus Alegrete, RS-377 Km 27 - Passo Novo, CEP 97555-000 – Alegrete, RS.

Géssica Trindade Pereira-gessica.trindadep@gmail.com

Instituto Federal Farroupilha, Câmpus Alegrete, RS-377 Km 27 - Passo Novo, CEP 97555-000 – Alegrete, RS.

Marcia Viaro Flores – marcia.flores@iffarroupilha.edu.br

Instituto Federal Farroupilha, Câmpus Alegrete, RS-377 Km 27 - Passo Novo, CEP 97555-000 – Alegrete, RS.

Resumo. Neste relato de experiência, apresentamos resultados parciais de um projeto desenvolvido com estudantes do terceiro ano, com o objetivo de analisar as resoluções dos alunos referentes ao conteúdo de probabilidade. Para o relato aqui disponibilizado, analisamos os erros cometidos por dez alunos do Curso Técnico em Informática Integrado ao Ensino Médio, ao resolver questões de Probabilidade. A análise de erros é importante para o ensino e aprendizagem da matemática, com a compreensão do que levou determinado estudante a cometer o erro, tornando-se mais fácil a elaboração de atividades que visem trabalhar melhor as dificuldades dos alunos, uma vez que há mais probabilidade de detectar qual parte do conteúdo em questão não está sendo entendido.

Palavras Chave: Probabilidade, Análise de erro, Ensino e aprendizagem.

1. INTRODUÇÃO

Este trabalho apresenta um relato de experiência de um projeto de ensino destinado aos estudantes do terceiro ano do Curso Técnico em Informática Integrado ao Ensino Médio do Instituto Federal Farroupilha – Câmpus Alegrete, tendo como principal objetivo analisar a produção matemática dos alunos, identificando os erros cometidos, para utilizar os resultados como metodologia de ensino.

Com a finalidade de avaliar o estudo proposto e reavaliar nossa metodologia, utilizamos o processo de análise na resolução de questões envolvendo o conteúdo de probabilidade, tendo como base questões do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) dos anos de 2010, 2011,

2012 e 2013 as quais envolviam este conteúdo. A escolha desse processo seletivo fez-se por ser de interesse dos estudantes formandos do ensino médio como modo de seguir sua formação acadêmica.

Tratar o erro como uma oportunidade de estudo e aprendizagem, para melhor compreender o raciocínio dos alunos é muito importante, afinal segundo Azevedo (2009) “O erro que o aluno comete é uma informação muito valiosa, no sentido que com ele podemos investigar se ele está ou não compreendendo o que está sendo ensinado e, caso não esteja entendendo, é possível verificar o que está provocando essa incompreensão.” Assim, entendemos que a análise de erro é muito importante para investigarmos continuamente o processo de construção do conhecimento dos alunos.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A disciplina de Matemática é considerada pelos alunos uma das mais difíceis, logo sabemos que a metodologia utilizada para ensinar o conteúdo tem que atrair os mesmos, e como fazer isso? Alguns preconceitos parecem ser impostos culturalmente e às vezes se constituem em uma barreira para que a aprendizagem se dê de forma plena.

Metodologias diferenciadas começam a ser utilizadas para o ensino de Matemática apresentar melhorias no processo de ensino e aprendizagem. Uma dessas metodologias é a análise de erros, com a qual estamos trabalhando na execução do projeto. Conforme Azevedo (2009),

A análise das respostas dos estudantes possibilita uma melhor compreensão das suas dificuldades didáticas, podendo, assim, encontrar as possíveis causas dos erros cometidos e se de fato quando o aluno acertou uma questão é porque houve um entendimento por parte dele. Dessa forma, podemos observar como se dá a aprendizagem deles em relação à matemática. (AZEVEDO, 2009, p. 13)

O professor costuma considerar somente a resposta final, não levando em consideração o raciocínio que o aluno teve pra chegar até ali, porém fazendo essa análise percebemos que em inúmeras vezes o erro não está no conteúdo proposto e sim na matemática básica, aquela que vimos nas séries iniciais de ensino fundamental. Sabemos que ao analisar a resolução das questões teremos uma grande ferramenta que nos auxiliará para melhor planejar nossas atividades.

Segundo Viali e Cury (2009), “A análise de erro pode ser realizada com distintos objetivos e com diferentes maneiras de coletar, apresentar e interpretar os dados”. Logo escolhemos a seguinte ordem, primeiro selecionamos questões do conteúdo de probabilidade das provas do ENEM, 2010, 2011, 2012 e 2013, após aplicamos as questões em aula, analisamos o desenvolvimento dos alunos e retornamos com o resultado em forma de grupo de estudo.

3. METODOLOGIA

Buscando proporcionar aos alunos uma formação mais sólida no que diz respeito aos conteúdos específicos da disciplina de Matemática, bem como procurar entender melhor o processo de ensino e aprendizagem dos estudantes foi idealizado esse projeto que traz como principal característica a análise da trajetória percorrida pelos alunos para a resolução de questões.

Numa primeira etapa da proposta, os estudantes resolveram três questões selecionadas das provas de Matemática do ENEM, descrevendo com maior detalhamento possível o

caminho utilizado para chegar à resposta. Num segundo momento, foi feita uma análise das respostas dadas pelos alunos e posterior categorização dos principais erros encontrados.

Logo após a análise, foram devolvidos aos estudantes esses resultados em forma de um grupo de discussão, onde a intenção foi trabalhar com os principais erros cometidos, de forma que os próprios estudantes pudessem encontrar a melhor maneira de solucioná-los.

4. RESULTADOS

Abaixo seguem as questões trabalhadas e uma análise dos erros cometidos para cada uma delas. Tivemos, no total, dez estudantes que participaram desta etapa e resolveram as questões propostas. A escolha das questões do ENEM se dá pelo fato de esses estudantes serem concluintes do ensino médio e demonstrarem interesse por processos seletivos. Como a ementa do curso prevê o conteúdo de Probabilidade, selecionamos questões que pudessem verificar desde a definição de probabilidade até as ideias do uso desta juntamente com outros conteúdos da Matemática.

De acordo com as respostas dadas pelos alunos nas questões, conseguimos identificar quatro categorias de erros recorrentes nas resoluções, conforme descrito abaixo.

Erro 1 - enumeração não sistemática, que permite encontrar algumas soluções do problema, mas não todas, ou soluções repetidas já encontradas anteriormente;

Erro 2 – resposta intuitiva errada, sem justificativa;

Erro 3 – interpretação incorreta da questão;

Erro 4 – aplicação incorreta de conteúdos de matemática já estudados.

Questão 1:

Questão 157

Os estilos musicais preferidos pelos jovens brasileiros são o samba, o *rock* e a MPB. O quadro a seguir registra o resultado de uma pesquisa relativa à preferência musical de um grupo de 1 000 alunos de uma escola. Alguns alunos disseram não ter preferência por nenhum desses três estilos.

| preferência musical | <i>rock</i> | samba | MPB | <i>rock</i> e samba |
|---------------------|-------------|-------|-----|---------------------|
| número de alunos | 200 | 180 | 200 | 70 |

| preferência musical | <i>rock</i> e MPB | samba e MPB | <i>rock</i> , samba e MPB |
|---------------------|-------------------|-------------|---------------------------|
| número de alunos | 60 | 50 | 20 |

Se for selecionado ao acaso um estudante no grupo pesquisado, qual é a probabilidade de ele preferir somente MPB?

- A 2%
- B 5%
- C 6%
- D 11%
- E 20%

Figura 1 – Questão do ENEM 2010. Fonte: <http://portal.inep.gov.br/web/enem/edicoes-antiores/provas-e-gabaritos>

No quadro abaixo, desenhamos o panorama com relação à quantidade de erros e acertos relativos à questão 1, bem como seu percentual em cada categoria.

| | | Erro 1 | Erro 2 | Erro 3 | Erro 4 |
|---------|----|--------|--------|--------|--------|
| Erros | 10 | 0% | 20% | 0% | 80% |
| Acertos | 0 | | | | |

Quadro 1 – Sistematização dos erros relativos à questão 1.

Nessa questão, podemos perceber que o ponto principal para resolvê-la é considerar as interseções entre os dados apresentados. Aqui, encontra-se presente a ideia de teoria dos conjuntos, que no caso dos alunos envolvidos, foi trabalhada no primeiro ano do ensino médio.

Um fato que chama a atenção é um percentual de 100% de erro, e a maioria devido à aplicação incorreta dos conteúdos já estudados. O que, em geral, predominou nas respostas, foi a consideração do número de casos favoráveis ser 200, não havendo então a interpretação correta. Ainda encontramos 20% das respostas sem justificativa.

Na etapa devolutiva, o principal ponto discutido foi exatamente as ideias de teoria dos conjuntos já vistas pelos alunos.

Questão 2:

QUESTÃO 168

Em um jogo disputado em uma mesa de sinuca, há 16 bolas: 1 branca e 15 coloridas, as quais, de acordo com a coloração, valem de 1 a 15 pontos (um valor para cada bola colorida).

O jogador acerta o taco na bola branca de forma que esta acerte as outras, com o objetivo de acertar duas das quinze bolas em quaisquer caçapas. Os valores dessas duas bolas são somados e devem resultar em um valor escolhido pelo jogador antes do início da jogada.

Arthur, Bernardo e Caio escolhem os números 12, 17 e 22 como sendo resultados de suas respectivas somas.

Com essa escolha, quem tem a maior probabilidade de ganhar o jogo é

- ☐ A Arthur, pois a soma que escolheu é a menor.
- ☐ B Bernardo, pois há 7 possibilidades de compor a soma escolhida por ele, contra 4 possibilidades para a escolha de Arthur e 4 possibilidades para a escolha de Caio.
- ☐ C Bernardo, pois há 7 possibilidades de compor a soma escolhida por ele, contra 5 possibilidades para a escolha de Arthur e 4 possibilidades para a escolha de Caio.
- ☐ D Caio, pois há 10 possibilidades de compor a soma escolhida por ele, contra 5 possibilidades para a escolha de Arthur e 8 possibilidades para a escolha de Bernardo.
- ☐ E Caio, pois a soma que escolheu é a maior.

Figura 2 – Questão do ENEM 2011. Fonte: <http://portal.inep.gov.br/web/enem/edicoes-antiores/provas-e-gabaritos>

No quadro 2 desenhamos o panorama com relação à quantidade de erros e acertos relativos à questão 2, bem como seu percentual em cada categoria.

| | | Erro 1 | Erro 2 | Erro 3 | Erro 4 |
|---------|---|--------|--------|--------|--------|
| Erros | 7 | 0% | 43% | 43% | 14% |
| Acertos | 3 | | | | |

Quadro 2 – Sistematização dos erros relativos à questão 2.

Para essa questão, deve ser feita uma leitura atenta e perceber que é preciso somar as numerações das duas bolas atingidas, logo após verificar quais das somas tem a maior probabilidade de ocorrer.

O percentual de erros para essa questão foi bem considerável, sendo que foram identificados os erros 2 e 3 com maior frequência. O erro 4 também pode ser identificado, mas em apenas uma resposta, que trouxe a resolução via análise combinatória.

Ao reunir o grupo para a devolutiva, foi verificado que realmente faltou aos alunos uma leitura mais atenta da questão.

Questão 3:

QUESTÃO 178

José, Paulo e Antônio estão jogando dados não viciados, nos quais, em cada uma das seis faces, há um número de 1 a 6. Cada um deles jogará dois dados simultaneamente. José acredita que, após jogar seus dados, os números das faces voltadas para cima lhe darão uma soma igual a 7. Já Paulo acredita que sua soma será igual a 4 e Antônio acredita que sua soma será igual a 8.

Com essa escolha, quem tem a maior probabilidade de acertar sua respectiva soma é

- A** Antônio, já que sua soma é a maior de todas as escolhidas.
- B** José e Antônio, já que há 6 possibilidades tanto para a escolha de José quanto para a escolha de Antônio, e há apenas 4 possibilidades para a escolha de Paulo.
- C** José e Antônio, já que há 3 possibilidades tanto para a escolha de José quanto para a escolha de Antônio, e há apenas 2 possibilidades para a escolha de Paulo.
- D** José, já que há 6 possibilidades para formar sua soma, 5 possibilidades para formar a soma de Antônio e apenas 3 possibilidades para formar a soma de Paulo.
- E** Paulo, já que sua soma é a menor de todas.

Figura 3 – Questão do ENEM 2012. Fonte: <http://portal.inep.gov.br/web/enem/edicoes-antiores/provas-e-gabaritos>

No quadro 3 apresentamos o panorama com relação à quantidade de erros e acertos relativos à questão 3, bem como seu percentual em cada categoria.

| | | Erro 1 | Erro 2 | Erro 3 | Erro 4 |
|---------|---|--------|--------|--------|--------|
| Erros | 6 | 17% | 50% | 33% | 0% |
| Acertos | 4 | | | | |

Quadro 3 – Sistematização dos erros relativos à questão 3.

Para a resolução dessa questão é necessário atentar para a correta construção do espaço amostral, considerando que temos dois dados envolvidos. Após essa construção, fica mais visível encontrar as probabilidades das somas.

Nas respostas apresentadas, encontramos o erro 2 com maior frequência, o que nos leva a crer que os estudantes não perceberam que poderiam construir o espaço amostral e a partir deste, tirar as conclusões. O erro 3 também aparece, o que nos mostra a dificuldade de leitura e interpretação das questões.

Na etapa devolutiva, logo foi percebido pelos alunos os erros cometidos e eles se convenceram que é necessária uma leitura mais atenta das questões para que se tenha uma interpretação correta.

5. CONCLUSÕES

Ao término de mais uma etapa desse projeto, percebemos o quanto são importantes projetos dessa natureza. Eles nos fazem refletir sobre nossa prática em sala de aula, para que através dessas reflexões possamos buscar alternativas para melhorar os processos de ensino e aprendizagem.

Ao analisar as resoluções dadas pelos estudantes de questões, que envolviam o conteúdo de probabilidade, utilizadas pelo Exame Nacional do Ensino Médio, podemos perceber um percentual considerável de erros cometidos. Estes se dão, principalmente, em conteúdos de séries anteriores e não especificamente nos conceitos da probabilidade, o que nos remete a uma reflexão no sentido de sempre estar fazendo ligações do conteúdo que está sendo estudado no momento com conteúdos anteriores.

A análise de erros é de grande contribuição na formação, tanto para os futuros docentes envolvidos, quanto para os estudantes do terceiro ano, pois ambas as partes analisam e refletem sobre os erros cometidos, aprendendo com eles e contribuindo para seu crescimento. A contribuição feita aos alunos vem, principalmente, em forma de discussões em grupo, onde eles questionam quanto às suas respostas e a partir daí já saber o erro cometido nas demais.

Logo, cada etapa realizada nos mostra que estamos no caminho certo, contribuindo ainda mais na educação dos alunos e ainda verificando as metodologias e didáticas sendo utilizadas.

Agradecimentos

Agradecemos ao Instituto Federal Farroupilha – Câmpus Alegrete por proporcionar a oportunidade de inserir acadêmicos dos cursos de graduação em projetos de ensino, com auxílio financeiro.

6. REFERÊNCIAS

AZEVEDO, D. S. **Análise de erros matemáticos**. 2009. Monografia (Licenciado em Matemática) – Curso de Licenciatura em Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

VIALI, L.; CURY, H. N. Análise de erros em probabilidade: uma pesquisa com professores em formação continuada. **Educação Matemática e Pesquisa**, São Paulo. v.11, n.2, p.373-391, 2009.