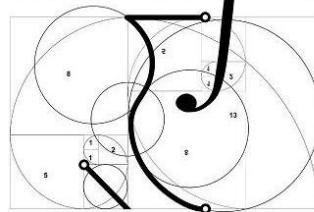


# XX EREMAT SUL

Encontro Regional  
 de Estudantes de  
 Matemática da Região Sul



## ENSINO DA GEOMETRIA ESPACIAL COM MATERIAL DIDÁTICO ALTERNATIVO

**Marcelo Argente Torres** – marcelo.torres1972@yahoo.com.br

Fundação Universidade Federal do Pampa, Campus Bagé, 96413-170 – Bagé, RS, Brasil

**Hermes Jolimar Jesus de Melo** – hermes1988@gmail.com

Fundação Universidade Federal do Pampa, Campus Bagé, 96413-170 – Bagé, RS, Brasil

**Sersana Sabedra de Oliveira** – sersana@hotmail.com

Fundação Universidade Federal do Pampa, Campus Bagé, 96413-170 – Bagé, RS, Brasil

**Diego Bittencourt Gonçalves** – diego.2310@hotmail.com

Fundação Universidade Federal do Pampa, Campus Bagé, 96413-170 – Bagé, RS, Brasil

**Anderson Luís Jeske Bihain<sup>1</sup>** – anderson.bihain@unipampa.edu.br

Fundação Universidade Federal do Pampa, Campus Bagé, 96413-170 – Bagé, RS, Brasil

**Leandro Blass<sup>1</sup>** – leandroblass@unipampa.edu.br

Fundação Universidade Federal do Pampa, Campus Bagé, 96413-170 – Bagé, RS, Brasil

**Resumo.** Este trabalho consiste em abordar o estudo dos poliedros através de uma atividade lúdica, envolvendo os sólidos geométricos de acrílico do Laboratório de Ensino de Matemática (LEMA), resolução de exercícios e posteriormente a construção de alguns poliedros utilizando canudos, barbante, tesoura e cola. Tem como público alvo<sup>2</sup>, os alunos da disciplina de Geometria Espacial com o objetivo de que a mesma facilite a compreensão dos conceitos geométricos e as relações destes conceitos com o cotidiano. Também são participantes, os professores da educação básica, afim de que esta experiência possa contribuir na formação continuada dos mesmos. Espera-se que os participantes percebam a importância da atividade didática, para o aluno, dando a ele a oportunidade de construir e manipular os materiais concretos e consequentemente a apropriação dos conceitos abordados.

**Palavras Chave:** Geometria Espacial, Ensino, Material Concreto, Trigonometria.

**Público alvo:** Acadêmicos do curso de licenciatura em matemática e professores da educação básica. 20 vagas.

### 1. INTRODUÇÃO

<sup>1</sup> Orientador

<sup>2</sup> Esta oficina não é recomendada a alunos do ensino médio, sem antes sofrer reformulações, pois são utilizados alguns materiais pontiagudos.

Nos cursos de Licenciatura em Matemática, são oferecidas disciplinas que não apenas desenvolvem o conteúdo matemático, mas também tem a proposta de complementar a formação didática pedagógica do licenciando (Silva, 2011). A disciplina de geometria espacial tem como objetivo fornecer a formalização de propriedades e conceitos da geometria métrica espacial, sendo oferecida na maioria dos cursos de Licenciatura em Matemática.

Os assuntos abordados geralmente na disciplina são: poliedros, prismas, paralelepípedos, pirâmides, cilindros, cones, troncos de pirâmide e de cones, esfera e suas partes e inscrição e circunscrição de sólidos. Além de construção dos conceitos da geometria métrica espacial, o componente curricular objetiva a criação e ou adaptação de materiais didáticos e estratégias que potencializem o ensino destes assuntos nos níveis fundamental e médio (Procópio, 2011).

Segundo Procópio (2011) no estudo da geometria inicialmente existe uma grande dificuldade na construção de conceitos geométricos que se revela tanto na representação como na visualização de figuras espaciais. Um exemplo comum é a dificuldade enfrentada pelos alunos na interpretação de figuras que representam objetos tridimensionais em perspectiva, dificuldade essa que também é observada nos professores em determinadas situações (Kaleff, 2003).

Para entender os conceitos de geometria espacial é imprescindível o incentivo a visualização espacial para suprir as deficiências do ensino teórico, uma vez que não se pode conceber uma geometria teórica, conceitual, sem que se faça acompanhar da figurativa (Kopke, 2006).

Incentivar a construção dos sólidos estudados na componente curricular é uma das formas de incentivar o raciocínio, o que leva o discente a vivenciar os conceitos através de experiências simples (Kallef e Rei, 1995).

Também como complemento ao estudo teórico há a possibilidade do uso de softwares matemáticos que contribuírem para que os discentes façam a uma conexão entre os conceitos estudados e sua representação gráfica, assim como investigar os resultados de variações de medidas de uma construção geométrica, verificar propriedades, teoremas e fórmulas de áreas e volumes (Silvana, 2007).

## 2. OBJETIVOS

O principal objetivo do minicurso é apresentar aos participantes uma metodologia de estudar a geometria espacial em forma de oficinas, de maneira que o aluno seja ativo no processo de aprendizagem. Com isso pretende-se facilitar a compreensão dos conceitos geométricos e as relações destes conceitos com o cotidiano.

Objetivos secundários:

- Apresentar os principais conceitos de geometria espacial;
- Construir os poliedros de Platão por meio de materiais concretos, propiciando aos alunos contato direto com os conceitos de geometria espacial;
- Demonstrar os poliedros de Platão e suas planificações no software Wingeom<sup>3</sup>;
- Determinar as medidas dos ângulos diedrais, volume, área e distância entre vértices dos sólidos de Platão;
- Incentivar a construção e discussão de algumas situações geométricas espaciais do ensino médio e/ou de geometria analítica;

<sup>3</sup> Esta demonstração será realizada durante a apresentação, utilizando projetor e computador.

- Verificar a concretização do aprendizado em aulas teóricas de geometria espacial através da aula prática;
- Incentivar a formação do profissional docente continuamente;
- Para os participantes do mini curso, enfatizar a importância da atividade pedagógica que prevê a interação dos alunos na percepção de conceitos de geometria espacial.

### 3. METODOLOGIA

Para desenvolver as competências e habilidades necessárias serão adotados diferentes procedimentos de ensino. O minicurso será desenvolvido em etapas:

Inicialmente serão apresentados e comentados os conceitos envolvidos no estudo dos poliedros. Nessa etapa serão utilizados os sólidos geométricos de acrílico do Laboratório de Ensino de Matemática (LEMA), após será resolvido exercícios referentes ao tema estudado.

No segundo momento será realizada uma oficina em grupos, serão construídos os poliedros de Platão e suas planificações. Para realizar essa tarefa, serão utilizados canudos, um recurso didático eficiente e de baixo custo.

Com o material desenvolvido na segunda etapa será proposto aos participantes do minicurso algumas atividades, na forma de desafio, enfocando os conteúdos de geometria espacial abordados no curso podendo usar como auxílio conceitos de geometria analítica. Tais atividades serão previamente elaboradas pelos responsáveis dessa oficina.

Finalmente os resultados das atividades serão socializados entre os participantes do minicurso, assim como serão levantadas as conclusões acerca da efetividade, ou não, do material de apoio utilizado.

Será permitido aos participantes que fiquem com as construções feitas com os canudos, de forma que a mesma simbolize uma lembrança da oficina.

### 4. ATIVIDADES

#### 4.1. MATERIAIS AUXILIARES

- Projetor multimídia;
- Computador;
- Sólidos geométricos do LEMA;
- Tesouras, colas e linhas;
- Régua;
- Agulha;
- Atilhos;
- Canudos coloridos;
- Quadro Branco e canetas para o quadro.

##### 4.1.1 – AULA EXPOSITIVA

Nesta etapa uma aula expositiva sobre os poliedros, poliedros de Platão, poliedros regulares, poliedros não regulares e o teorema de Euler para poliedros será conduzida. Além

disso, com o auxílio dos sólidos geométricos de acrílico serão observados e discutidos os conceitos de área, volume.

#### 4.1.2 - CONSTRUÇÃO DE POLIEDROS COM CANUDOS<sup>4</sup>

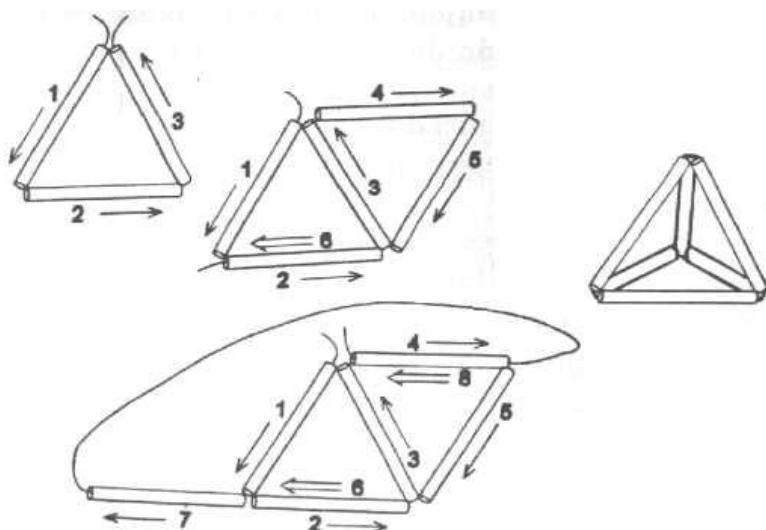
Os participantes estarão organizados em conjuntos de quatro integrantes, dando um total de cinco grupos. Cada mesa receberá os materiais que serão utilizados para a construção dos poliedros. A construção dos poliedros será ministrada por um dos apresentadores, enquanto os demais apresentadores estarão organizados próximos de cada grupo, para que possam auxiliar em alguma dúvida eventual durante o passo a passo das construções.

O primeiro apresentador passará as orientações listadas abaixo, bem como realizará construções mais simples como, por exemplo, o pentágono e o tetraedro (figura 1), que serão aproveitados em construções mais elaboradas, posteriormente.

1. Cortar os canudinhos com 8 cm de comprimento cada um;
2. Para se fazer os polígonos basta passar agulha com linha dentro dos canudinhos amarrando as linhas ao completar cada um;
3. Para se fazer os poliedros seguir os modelos dados (observar que em alguns casos faz-se necessário passar a agulha com a linha duas ou mais vezes pelo mesmo canudinho);

##### 4.1.2.1 – Tetraedro

Como a figura 1 é autoexplicativa demonstrando simplicidade na montagem, esta construção dispensa orientações aprofundadas.



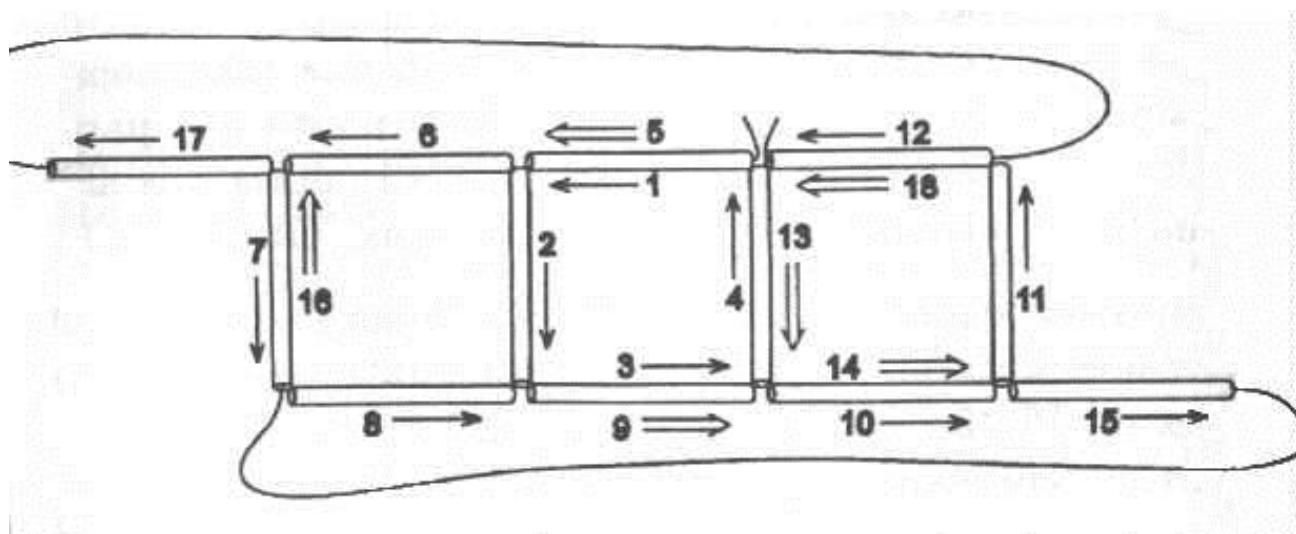
**Figura 1 – Esquema de construção do Tetraedro**

FONTE: <http://www.geocities.ws/jaymeprof/tg/Platao/varetas.htm>

<sup>4</sup> Vide site: <http://www.geocities.ws/jaymeprof/tg/Platao/varetas.htm>

#### 4.1.2.2 - Cubo

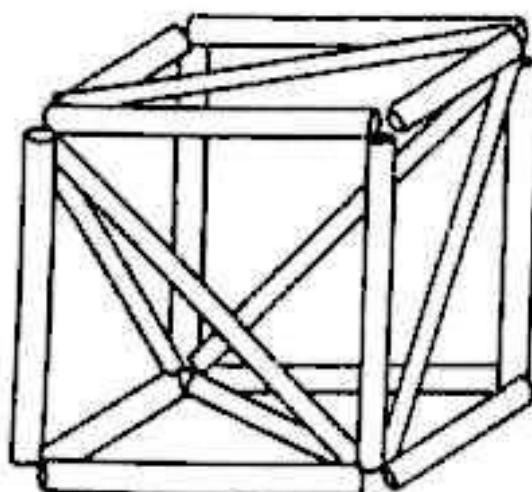
Com pedaços de canudos da mesma cor construa um cubo de 8 cm de aresta. Para isso, passe o fio através de quatro canudos e passe a linha novamente por dentro do primeiro canudo, construindo um quadrado. Considerando um dos lados desse quadrado e passando a linha por mais três canudos para completar as arestas do cubo. Prenda-os de maneira a completá-lo, como na figura 2.



**Figura 2 – Orientação inicial para construção do Cubo**

FONTE: <http://www.geocities.ws/jaymeprof/tg/Platao/varetas.htm>

Na confecção do cubo observaremos que ele não ficará em pé, pois suas arestas são quadradas. Para tanto é necessário que se acrescente também os canudinhos que representarão suas diagonais (isso é uma das provas práticas da rigidez do triângulo); Ver a figura 3:

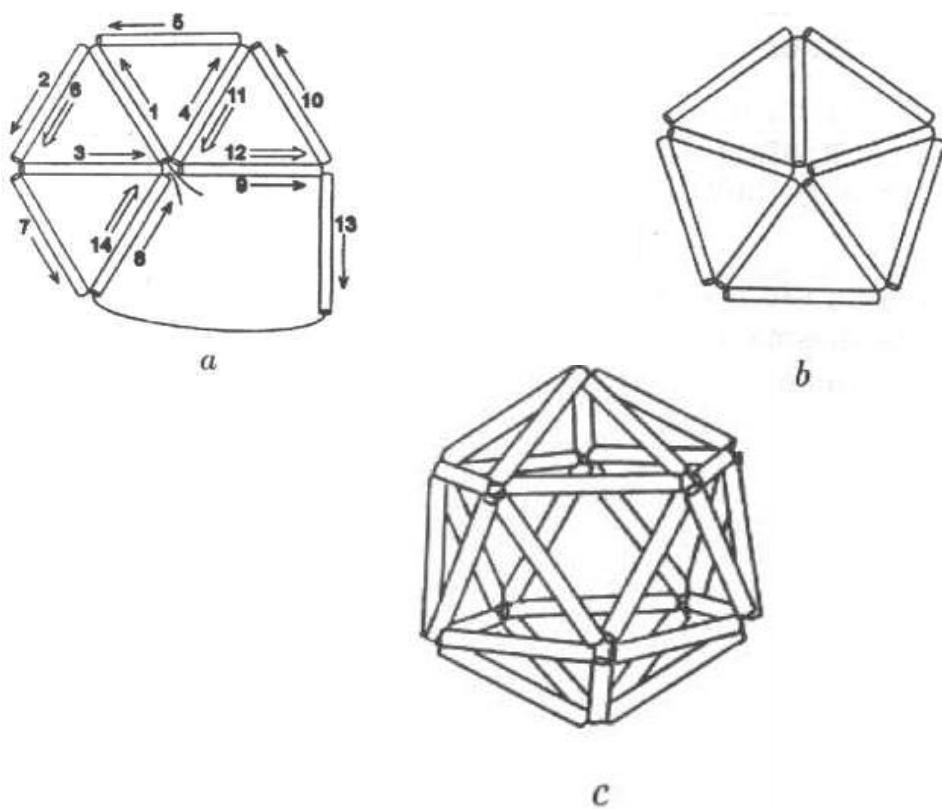


**Figura 3 – Cubo sustentado com base nas diagonais**

FONTE: <http://www.geocities.ws/jaymeprof/tg/Platao/varetas.htm>

#### 4.1.2.3 – Icosaedro

Na construção do icosaedro devemos fazer duas estruturas iguais à da imagem *b* (faz-se primeiro um pentágono e em cada vértice, coloca-se um canudinho amarrando-os em seguida), sendo que para tal, deve-se guiar pela imagem *a*. Logo após, entre essas duas estruturas são intercalados canudinhos formando triângulos resultando o icosaedro conforme a figura 4. Após construído, será solicitado aos participantes, que efetuem o cálculo de área deste poliedro, pois fazendo uso do raciocínio lógico, sabendo-se que o icosaedro é formado por triângulos equiláteros, basta calcular a área de um deles, já que sabemos a medida das arestas que são de 8 cm. Este desafio também pode ser aplicado a outros poliedros.

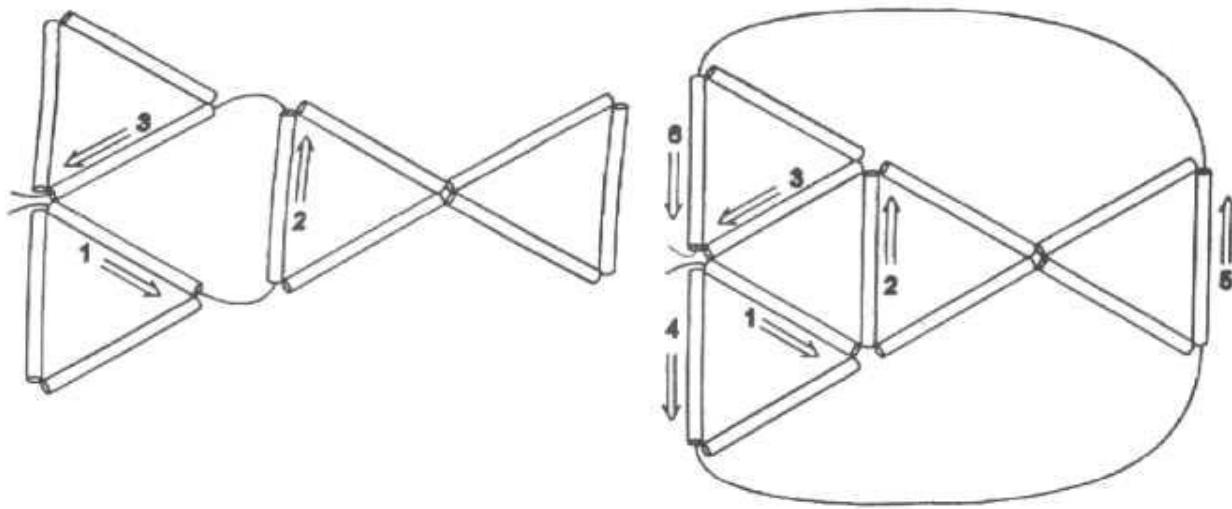


**Figura 4 – Construção do icosaedro com canudos**

FONTE: <http://www.geocities.ws/jaymeprof/tg/Platao/varetas.htm>

#### 4.1.2.4 – Octaedro

Para a construção do octaedro, será necessário construir quatro triângulos e depois uni-los dois a dois, de acordo com a figura 5. Estima-se que neste poliedro são utilizados doze canudos. Durante esta construção, podemos explorar a quantidade de vértices e faces, bem como se os participantes conseguem identificar os triângulos equiláteros que o octaedro possui.



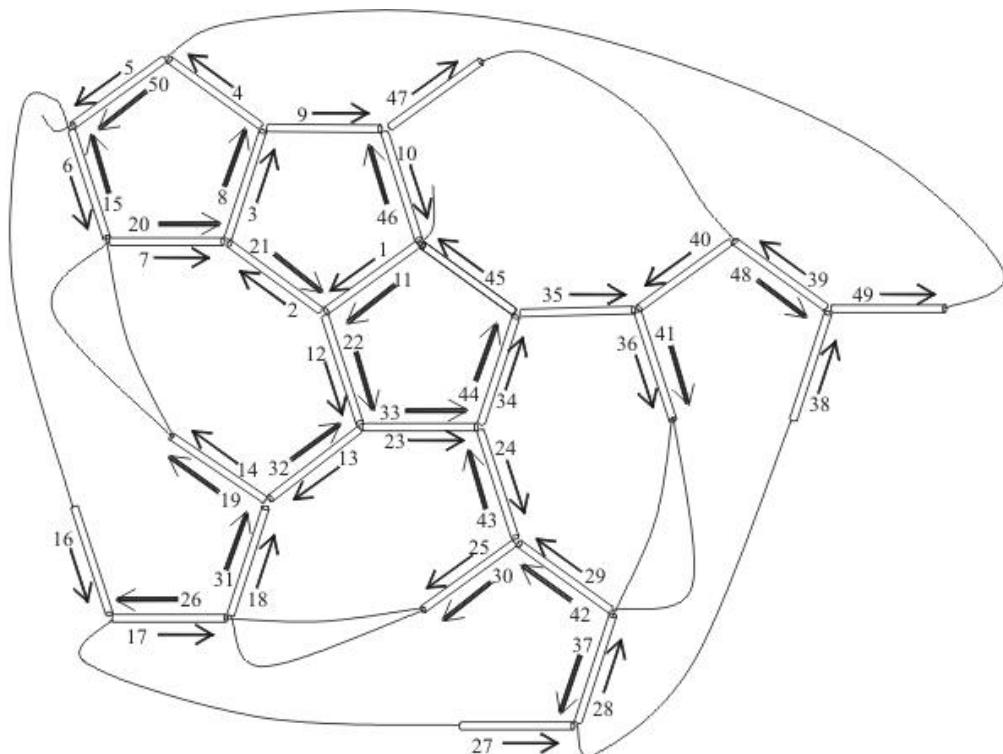
**Figura 5 – Esquema de construção do Octaedro**

FONTE: [http://www.uff.br/cdme/poliedros\\_platao\\_dual/desafio.html](http://www.uff.br/cdme/poliedros_platao_dual/desafio.html)

#### 4.1.2.5– Dodecaedro

Nesta construção, alguns aspectos devem ser observados, pois trata-se de uma estrutura mais complexa, e poderemos ter grande dificuldade em dar estabilidade ao dodecaedro. Portanto juntaremos todos os vértices deste poliedro ao centro. Estima-se utilizar aproximadamente 30 canudos. Uma boa dica para iniciarmos a construir o dodecaedro é fazer a base primeiro.

Durante esta construção, poderemos notar, que outros poliedros se formam a medida em que o dodecaedro vai se desenvolvendo, como por exemplo o pentágono. Alguns conceitos também podem ser trabalhos ao longo da construção, como encontrar o apótema e a utilização do teorema de Pitágoras, para encontrarmos o comprimento dos canudos que ligam os vértices.



**Figura 6 - Esquema de construção do Dodecaedro**

FONTE: [http://www.uff.br/cdme/poliedros\\_platao\\_dual/desafio.html](http://www.uff.br/cdme/poliedros_platao_dual/desafio.html)

Ao final desta etapa, será feita uma reflexão junto aos participantes, a respeito do uso de materiais simples, que neste minicurso foi possível desenvolver uma atividade criativa e de baixo custo. Com o uso dos canudinhos, podemos:

- Demonstrar na prática a rigidez do triângulo;
- Visualizar os poliedros em 3<sup>a</sup> dimensão;
- Demonstrar ludicamente a propriedade: "Para se ter um triângulo a soma de dois lados quaisquer é sempre maior que o terceiro lado";
- Visualizar: os vértices, lados, arestas e diagonais de poliedros.

#### 4.1.3 – DESAFIO E SISTEMATIZAÇÃO

Em um terceiro momento serão propostas atividades em forma de desafio aos participantes que serão preparadas pelos apresentadores do minicurso. Estas atividades deverão explorar cálculos de área dos poliedros, distância entre vértices e conceitos de trigonometria.

Um dos desafios que serão propostos envolve a utilização do icosaedro, onde os participantes deverão calcular a distância entre os vértices opostos. Também serão utilizados exercícios que normalmente aparecem como questões de vestibulares e concursos, tais como:

1-(Cefet – RJ) Um poliedro convexo de 17 arestas e 12 vértices têm somente faces quadrangulares e heptagonais. Os números de faces quadrangulares e heptagonais são, respectivamente, iguais a:

- a) 5 e 2.      b) 2 e 5.      c) 3 e 4.      d) 4 e 3.      e) 4 e 7.

2-(UFRGS) Um poliedro convexo de 11 faces tem 6 delas triangulares e 5 quadrangulares. Os números de arestas e vértices deste poliedro são, respectivamente:

- a) 34 e 10.      b) 19 e 10.      c) 34 e 20.      d) 12 e 10.      e) 19 e 12

Em um último momento será feita uma síntese dos resultados em termos do aprendizado alcançado por parte dos participantes. Será feito um questionamento, para avaliar, se a proposta contribuiu para a resolução dos desafios e se, na condição de professores ou futuros docentes, introduziriam propostas iguais ou semelhantes a esta com seus atuais ou futuros alunos, com o propósito de tornar o ensino dos conteúdos envolvidos neste minicurso mais interessantes aos alunos.

## 5. RESULTADOS ESPERADOS

De acordo com o que foi proposto, espera-se que os participantes percebam a importância da atividade didática, para o aluno é a oportunidade de construir e manipular os materiais concretos, estimulando assim a sua criatividade e que tem como consequência a apropriação dos conceitos abordados.

Que os ouvintes percebam a estratégia usada como uma maneira de garantir a participação ativa no estudo e compreensão dos conceitos que serão estudados, de maneira que estes possam manifestar suas ideias durante o processo de aprendizagem. Além disso, espera-se que fique evidente que as atividades desenvolvidas no minicurso, se propostas no ensino básico, possam promover àqueles alunos uma oportunidade de desenvolver a concentração, coordenação motora e principalmente a capacidade de interpretar ilustrações, solucionar problemas e relacionar os conhecimentos adquiridos com as situações do cotidiano.

Além desse envolvimento direto do aluno, espera-se a construção dos conceitos da geometria espacial e suas relações por meio de confecção de sólidos, planificações e atividades mais complexas que serão postas como desafios para então despertar o interesse dos alunos.

Para os ministrantes do minicurso a expectativa é que este propicie uma boa experiência que possa ser relatada posteriormente como forma de contribuir com as discussões sobre a geometria espacial no âmbito acadêmico. Também que essa metodologia possa estimular o desenvolvimento de novas alternativas para resolver problemas semelhantes e até de outras áreas da matemática.

### ***Agradecimentos***

Aos nossos orientadores, por acreditarem no nosso potencial;

A Universidade Federal do Pampa, pela oportunidade.

## **REFERENCIAS**

- KALEFF, A. M. **Vendo e entendendo poliedros: do desenho ao cálculo do volume através de quebra-cabeças e outros materiais concretos.** Niterói: EDUFF, 2003.
- KALEFF, A. M.; REI, D. M. **Varetas, canudos, arestas e sólidos geométricos.** Revista do professor de matemática. N° 28, 1995.
- PROCÓPIO, R., B. **Geometria como um curso de serviço para a licenciatura em matemática: Uma leitura da perspectiva do modelo dos campos semânticos.** Juiz de Fora, UFJF. Dissertação de mestrado, 2011.
- SILVA, A. M. **Um Curso de Serviço para a Licenciatura em Matemática.** XIII Conferência Interamericano de Educação Matemática. Recife: CIAEM, p.1-7, 2011.
- SILVANA, C. S.. **Investigando conceitos de geometria espacial com o software Wingeon.** IX ENEM, Belo Horizonte - MG, 2007.