ISSN 2177-9139

XX EREMATSUL
Encontro Regional de Estudantes de Matemática da Região Sul

EXPERIMENTAÇÃO EM GEOMETRIA: TEOREMA DE PITÁGORAS

Fernanda Paula Wappler – feehmh@unochapeco.edu.br
Universidade Comunitária da Região de Chapecó, Rua Senador Attílio Fontana, 591E, EFAPI, CEP 89809-000. Chapecó, SC, Brasil
Cláudia Maria Grando – claudia@unochapeco.edu.br
Universidade Comunitária da Região de Chapecó, Rua Senador Attílio Fontana, 591E, EFAPI, CEP 89809-000. Chapecó, SC, Brasil

Resumo. *O ensino da Geometria na Educação Básica não pode ser reduzido a aplicações de fórmulas, ele deve estar centrado na descoberta de caminhos para a dedução das fórmulas, para a generalização e formalização de conceitos construídos a partir da ação e reflexão dos estudantes. A pesquisa[1] relatada neste artigo surgiu de demanda oriunda da professora de Matemática que acompanhava os bolsistas do PIBID, que solicitou auxílio da Universidade para utilização de materiais que receberam do Ministério da Educação (MEC). Neste sentido a pesquisa foi desenvolvida com o objetivo de organizar orientações didáticas envolvendo equipamentos do Conjunto Experimental Básico recebido pela Escola, voltadas para o ensino da Geometria na Educação Básica aliando atividades experimentais com abordagem problematizadora e argumentação dedutiva.*

Palavras-chave*: Geometria, Teorema de Pitágoras, Problematização, Experimentação.*

1 INTRODUÇÃO

O ensino da matemática, em especial o da Geometria, se constitui em desafio permanente. O ensino da Geometria teve, durante décadas, como principal objetivo ilustrar o caráter axiomático e dedutivo da Matemática, o que foi sendo modificado, ficando, muitas vezes, reduzido à aplicação mecânica de fórmulas. Ele deve estar centrado na descoberta de caminhos para a dedução das fórmulas, para a generalização e formalização de conceitos construídos a partir da ação e reflexão dos estudantes, sem comprometer, mas tão pouco se limitar a um processo exaustivo da formalização.

A abordagem problematizadora dos conteúdos da geometria com a utilização de atividades experimentais e argumentação dedutiva pode constituir-se em recurso valioso para seu ensino e aprendizagem.

A Universidade Comunitária da Região de Chapecó – Unochapecó, em seus diferentes cursos de graduação e pós-graduação vem desenvolvendo vários projetos para a qualificação

[1] Pesquisa financiada com recursos do Fundo de Apoio à Pesquisa da Unochapecó (PIBIC/FAPE), Edital N. 121/REITORIA/2013.

da educação básica na sua região de abrangência. A aproximação da Universidade com as escolas através do Programa Universidade-Escola para Formação Docente e do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID) é exemplo disso.

Em 2012 a Escola de Educação Básica Valesca Carmem Rescke Parisotto[2], recebeu do Ministério da Educação (MEC), através do Programa Brasil Profissionalizado, um Conjunto Experimental Básico com variados equipamentos para experimentação em Matemática, alguns voltados para a Geometria.

O interesse em delimitar a pesquisa para o campo da Geometria surgiu, em primeiro lugar, do pedido da professora da escola, mas também do interesse em adotar abordagens problematizadoras no ensino visando possibilitar ao estudante buscar justificativas, generalizações, que podem ser fruto da experimentação ou da argumentação dedutiva, estabelecendo conexões entre ambos os procedimentos. A Geometria é campo rico para esse tipo de abordagem.

Outro fator está relacionado à importância da Geometria como conhecimento essencial na formação das pessoas, pois possibilita a compreensão de situações que nos envolvem no cotidiano, que se apresentam em uma gama enorme de atividades profissionais, envolvendo diferentes habilidades de pensamento e a comunicação mais abrangente de ideias.

Dessa forma, nos desafiamos conhecer: que atividades experimentais voltadas para o ensino da Geometria na Educação Básica podem ser realizadas envolvendo equipamentos do Conjunto Experimental Básico recebido pela Escola de Educação Básica Valesca Carmem Rescke Parisotto, aliando abordagem problematizadora e argumentação dedutiva?

2 ELABORAÇÃO E ORGANIZAÇÃO DO CONHECIMENTO GEOMÉTRICO

Segundo Eves (1992, p. 1), “as primeiras considerações que o homem fez a respeito da geometria são, inquestionavelmente, muito antigas”. Ao que tudo indica, elas teriam origem em observações feitas pelas pessoas, que eram capazes de realizar comparações entre formas, figuras e seus tamanhos. Acredita-se que necessidades do cotidiano seriam um dos principais provocadores de descobertas relacionadas à geometria, como por exemplo, a noção de distância e a necessidade de delimitar as terras, as quais acarretavam em figuras geométricas simples, além da criação de cercas/muros e moradias que ocasionaram noções de outros conceitos como retas verticais, horizontais, paralelas e perpendiculares.

Eves denomina de geometria subconsciente estas primeiras descobertas, defende que “esta geometria subconsciente era empregada pelo homem primitivo para fazer ornamentos decorativos e desenhos, e provavelmente é correto dizer-se que a arte primitiva preparou em grande escala o caminho para o desenvolvimento geométrico posterior” (EVES, 1992, p. 2).

Mais tarde é que estas observações foram sendo organizadas e, através delas, os estudiosos conseguiram extrair algumas propriedades e relações que resultariam na chamada “regra geométrica”, ou seja, poderiam partir de tal regra para solucionar diversos outros problemas.

Depois de muito estudo, esse desenvolvimento da geometria pode ser conhecido como geometria científica como aponta Eves (1992), afinal, novos conceitos eram descobertos através de muitas tentativas e erros como ocorre no método científico. E com o surgimento de novas teorias e ideias a geometria em si transformou-se em um conjunto de regras prontas

[2] Escola do município de Chapecó – SC, vinculada à rede estadual de ensino, credenciada no Programa Universidade-Escola para Formação Docente como campo de estágio curricular para os estudantes dos cursos de licenciatura e onde o Curso de Matemática da Universidade Comunitária da Região de Chapecó (Unochapecó) desenvolveu até o final de 2013 atividades do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID).

para a resolução de problemas referentes a medidas, áreas, volumes, e figuras das quais as pessoas já possuíam algum conhecimento. Eves afirma que a geometria conhecida até então teria se transformado em geometria científica há muito tempo, na região do vale do rio Nilo, no Egito, partindo da seguinte tese defendida pelo historiador Heródoto, do século V a.C.: 12: "Eles diziam que este rei [Sesóstris] dividia a terra entre os egípcios de modo a dar a cada um deles um lote quadrado de igual tamanho e impondo-lhes o pagamento de um tributo anual. Mas qualquer homem despojado pelo rio de uma parte de sua terra teria de ir a Sesóstris e notificar-lhe o ocorrido. Ele então mandava homens seus observarem e medirem quanto a terra se tornara menor para que o proprietário pudesse pagar sobre o que restara, proporcionalmente ao tributo total. Dessa maneira, parece-me que a geometria teve origem, sendo mais tarde levada até a Hélade". (apud EVES, 1992, p. 3).

De fato, essa tese traz o conceito de geometria que significa "medir a terra". A partir de situações semelhantes a esta as pessoas foram aprimorando procedimentos para a realização de tarefas com maior ou menor grau de complexidade, foram observando relações, estabelecendo regras, criando instrumentos auxiliares.

Diferentemente do que ocorre para a geometria dos egípcios e babilônios, a geometria grega não possui muitas fontes para que tal seja estudada, sendo possível apenas se basear em pequenos manuscritos, dentre os quais, pode-se destacar o *Sumário Eudemiano de Proclus*. Tal manuscrito traz informações relevantes, como a de que a geometria grega teria iniciado com Tales de Mileto no século VI a.C., sendo sucedido mais tarde por Pitágoras, o qual deu continuidade aos trabalhos de Tales.

Durante muitos anos foi produzida uma quantidade significativa de trabalhos matemáticos, e proposições baseadas em algumas definições, mas sem muito sucesso.

Mais tarde, não há informações exatas a respeito, por volta de 300 a.C., nascia Euclides, que viria trazer uma das maiores contribuições em relação à geometria daquele tempo e que até hoje influencia a organização da matemática como conhecimento científico. Euclides escreveu diversas obras científicas, mas a que ganhou maior destaque foi "*Os Elementos*", a qual reuniu quase todo o conhecimento matemático que eles possuíam naquele tempo.

Todas as ciências buscam garantir suas "verdades", mesmo sendo essas verdades, relativas e situadas em um tempo definido. Em Matemática a garantia da verdade sobre uma definição é dada pelas demonstrações.

O foco na demonstração de afirmações envolvendo conceitos geométricos, criado pelos gregos, modificou substancialmente a forma de transmitir esses conhecimentos, não bastando mais as regras e técnicas que por milhares de anos foram sendo passadas de uma geração para outra. A escola também deve ensinar como garantir a "verdade" dessas informações usando o recurso das demonstrações.

3 ENSINO DA GEOMETRIA

Os conteúdos relacionados à geometria exigem do estudante concentração, raciocínio, além de despertar o interesse pela descoberta ao explorar o conteúdo estudado e ao utilizar variados recursos pedagógicos, o professor estará proporcionando isso aos estudantes. Neves (2008, p. 59) destaca que "a geometria desempenha papel integrador entre as diversas partes da matemática, além de ser um campo fértil para o exercício de aprender a fazer e aprender a pensar". Para isso, é necessário um planejamento onde possam ser propostas atividades, que utilizem de instrumentos mediadores, os quais auxiliam no processo de ensino aprendizagem, possibilitando ao estudante diferentes formas de ver determinado conteúdo e um melhor entendimento do assunto. Neste sentido, "as atividades de Geometria são muito propícias para que o professor construa junto com seus alunos um caminho que a partir de experiências concretas leve-os a compreender a importância e a necessidade da prova para legitimar as hipóteses levantadas" (BRASIL, 1998, p.126).

A utilização de materiais concretos no estudo da Geometria, ao contrário do que se imagina, proporciona um melhor aprendizado não apenas quando utilizado com crianças, mas também com qualquer faixa etária. É fundamental que o trabalho com os materiais esteja associado ao caráter mais formal das demonstrações na busca de garantia dos resultados empíricos (prova).

É importante ressaltar que ao se trabalhar com materiais concretos, com experimentos, com o uso de instrumentos de medida e de desenho, com situações do cotidiano, os estudantes têm a oportunidade de investigar, descobrir e redescobrir métodos de resolver determinados problemas, e isso desperta o gosto pela matemática. Podemos afirmar que a geometria é de fundamental importância para o desenvolvimento de variadas competências e para a vida das pessoas. As primeiras elaborações das crianças estão relacionadas ao espaço: localizar objetos, perceber distâncias, observar características e propriedades dos objetos, entre outras de natureza topológica.

Através desse estudo, percebemos o quão importante é o ensino da geometria e também a importância dada para a utilização de diferentes materiais na sala de aula. Com a metodologia adequada e atividades diferenciadas é possível realizar um trabalho com resultados positivos, mas certamente há muito que ser feito sobre o aperfeiçoamento dos profissionais e pesquisas em relação a este campo da matemática.

3.1 Problematização em atividades experimentais

O estudo da geometria, a partir de atividades experimentais, exige que o professor planeje roteiros de experimentação com base em procedimento didático que leve ao questionamento, ou seja, envolvendo abordagem problematizadora. "Normalmente, os professores apresentam aos alunos o conhecimento acabado, pronto, não dando oportunidade para estabelecer relações e descobrir propriedades e muito menos comunicar ideias (conclusões) com clareza e objetividade." (ZARO; HILLEBRAND, 1990, p. 8).

De acordo com Freitas, Gessinger e Lima (2008, p. 158), "a problematização tem na pergunta o desencadeamento dos processos de ensino e de aprendizagem", permitindo o aprofundamento da compreensão, a elaboração de hipóteses, de generalizações e a construção do conhecimento.

Uma abordagem problematizadora possibilita uma mudança na prática pedagógica tradicional, centrada na exposição do professor, ainda tão comum nas aulas de matemática, possibilitando uma relação dialógica entre o professor, o estudante e o conhecimento. Exige que a atitude do professor seja a de desafiar os estudantes através de questionamentos e proposição de situações instigantes, sendo a experimentação um caminho possível para efetivação dessa postura; exige que o estudante se envolva ativamente.

Delizoicov, Angotti e Pernambuco (2002 apud FREITAS; GESSINGER; LIMA, 2008), indicam que a dinâmica da aula, baseada no procedimento didático da problematização, seja organizada em três momentos: a problematização inicial, a organização do conhecimento e a aplicação do conhecimento.

Nas atividades experimentais envolvendo geometria, a problematização inicial visa envolver o estudante com um material disponibilizado, ou com uma situação da realidade, para mobilizar os conhecimentos que ele já possui para, a partir de raciocínios indutivos fazer conjecturas, buscar o levantamento de hipóteses, visando a ampliação desses conhecimentos.

Ao professor cabe o papel de problematizador, estimulando a discussão – em pequenos grupos ou envolvendo todos os estudantes –, estimulando a exposição de diferentes pontos de vista e argumentações, lançando dúvidas ao invés de fornecer explicações.

A próxima etapa – a organização do conhecimento – é o momento de formular generalizações, de enunciar os resultados obtidos na forma de modelos matemáticos, de fórmulas, mas também é o momento de "provar", de buscar garantir esses enunciados usando um raciocínio dedutivo, através de demonstrações.

A terceira etapa – da aplicação do conhecimento – é quando o estudante vai utilizar o conhecimento construído, para interpretar e analisar diferentes situações que envolvam o conhecimento elaborado, aplicando-o na resolução de problemas.

D'Ambrosio (1996, p. 95) ressalta que "o caráter experimental da matemática foi removido do ensino e isso pode ser reconhecido como um dos fatores que mais contribuíram para o mau rendimento escolar". Ele indica que isso pode ser resgatado associando atividades de matemática experimental com a modalidade de projetos.

Os conteúdos do campo da Geometria desenvolvido na Educação Básica são férteis para realização de atividades experimentais e também para inserir o estudante na realização de provas, de demonstrações, pois, na sua maioria, podem são simples e acessíveis ao estudante.

Faria (2008) aponta que assumir o método dedutivo como modelo pedagógico é uma distorção da atividade matemática cujos resultados emergem de criatividade, de experimentação, de tentativa e erro; a forma dedutiva é um processo final que visa a formalização e a garantia da verdade matemática, como podemos ver na afirmação de Gauss: "tenho meu resultado, mas ainda não sei como obtê-lo" (apud FARIA, 2008, p. 211). O ensino a partir de definições e suas demonstrações levam o estudante a acreditar que a Matemática é criada por gênios com a capacidade de enunciar teoremas, a partir do nada.

Nem a elaboração das teorias parte do raciocínio dedutivo, tampouco o ensino da Matemática pode ocorrer desse modo. A realização de atividades experimentais poderia aproximar o estudante da Educação Básica do processo de "produzir" Matemática.

Por outro lado, o rigor também é fundamental. A observação é parte importante da experimentação, mas é necessário o cuidado ao estabelecermos conclusões, pois, muitas vezes, nossas impressões visuais podem nos levar a formulações que não são corretas.

Ponte, Brocardo e Oliveira (2006) indicam que a Geometria propicia atividades de natureza exploratória e investigativa, permitindo a compreensão de fatos e relações que vão muito além da memorização e utilização de técnicas e procedimentos mecânicos.

O caráter investigativo está intimamente relacionado com as atividades de experimentação na medida em que as atividades são planejadas a partir da problematização. Muda o foco do ensino da Geometria, que por muitos anos esteve no caráter dedutivo e axiomático, voltando-o para os aspectos ligados à observação – a partir da experimentação e construção – e posterior generalização e formulação de modelos e conceitos, ou seja, "a importância de estudar os conceitos e objetos geométricos do ponto de vista experimental e indutivo, de explorar a aplicação da Geometria a situações da vida real e de utilizar diagramas e modelos concretos na construção conceptual em Geometria" (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2006, p. 83).

Usando os princípios de uma abordagem problematizadora associada ao tratamento experimental e dedutivo no ensino da Geometria teremos uma aprendizagem de mais qualidade.

Dando sequência à pesquisa, estudamos os equipamentos que a Escola recebeu e elaboramos proposições envolvendo ações problematizadoras com experimentação no ensino da Geometria para a utilização dos equipamentos.

3.2 Descrição do Conjunto Básico de Experimentação

O material que escolhemos é constituído de um conjunto básico de experimentação destinado ao professor e mais dez conjuntos básicos destinados aos alunos.

O conjunto básico de experimentação (material do professor) é composto por 17 peças de madeira, sendo formado por quadrados, triângulos e retângulos. Cada peça possui ímãs para que as mesmas possam ser fixadas em um quadro com propriedades magnéticas para facilitar a explicação dos conteúdos em que são utilizadas.

As peças possuem tamanhos diferentes, onde cada lado é representado por uma letra com as seguintes medidas: *a=26 cm*; *b=13 cm*; *c=22,5 cm*; *h=11 cm*; *m=6,5 cm* e *n=19,5 cm*.

Do mesmo modo que é utilizado na maior parte dos livros didáticos de Matemática, as letras *a*, *b* e *c* representam as medidas dos lados do triângulo retângulo, sendo *a* o lado que corresponde à hipotenusa do triângulo e *b* e *c* os catetos; *h* representa a altura do triângulo que foi determinada sobre a hipotenusa e *m* e *n* estão associadas às projeções dos catetos sobre a hipotenusa, sendo *m* a projeção do cateto menor (*b*) e *n* a projeção do cateto maior (*c*), conforme está indicado na Fig. 1.

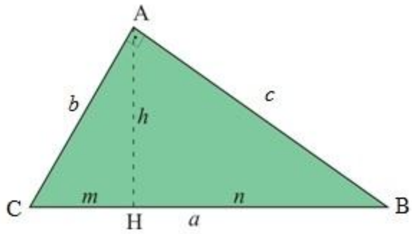

Figura 1 – Triângulo Retângulo.

O conjunto básico do professor é formado pelas seguintes peças: 1 quadrado com lados *a*; 1 quadrado com lados *b*; 1 quadrado com lados *c*; 1 quadrado com lados *m;* 1 quadrado com lados *n*; 1 quadrado com lados *h*; 1 retângulo com lados *a* e *n*; 1 retângulo com lados *m* e *n*; 1 retângulo com lados *b* e *c*; 1 retângulo com lados *a* e *m*; 1 retângulo com lados *a* e *h* 2 triângulos com lados *b, h* e *m*; 2 triângulos com lados *c*, *h* e *n* e 2 triângulos com lados medindo *a*, *b e c* e altura indicada por *h*.

Já o conjunto experimental destinado aos estudantes é composto pelas mesmas 17 peças, porém, não são imantadas – são confeccionadas em material emborrachado (EVA) de espessura grossa – e são de tamanho reduzido, seguindo o mesmo esquema de letras para representar os lados que o conjunto para professor. As medidas são as seguintes: *a=17,5 cm*; *b=8,7 cm*; *c=15,1 cm*; *h=7,5 cm*; *m=4,3 cm* e *n=13 cm*. Cada forma (quadrado, retângulo, triângulo) possui uma cor diferenciada.

Para a utilização desse material, foram elaboradas proposições contemplando as considerações teóricas apresentadas.

3.3 Roteiro de Experimentação

As orientações didáticas com atividades experimentais foram elaboradas para serem desenvolvidas usando o conjunto básico de experimentação descrito anteriormente e envolvendo relações métricas no triângulo retângulo. Descrevemos a seguir as que se referem ao Teorema de Pitágoras.

Para auxiliar na realização de algumas das atividades experimentais, foi construído uma base quadrada com área $(b + c)^2$, da seguinte maneira: com material emborrachado (EVA) de cor preta foi construído um quadrado de lados (b+c+2) cm. Recortou-se quatro retângulos de

EVA colorido, sendo dois de tamanho (a+b+2) cm x 1 cm e dois (a+b) cm x 1 cm, que foram colocados nas bordas laterais. Esse material foi construído a partir do que consta em Lamas e Mauri (2013) e está representado na Fig. 2.

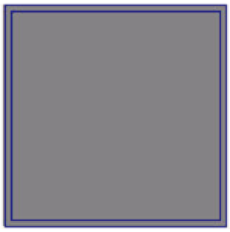

Figura 2 – Base quadrada.

3.3.1 Procedimentos experimentais – Teorema de Pitágoras

- ✓ Organização da turma: formar grupos de 4 estudantes. Escolher um estudante do grupo para ser o <u>redator</u> e outro para ser o <u>relator</u>.
- ✓ Material necessário para cada grupo: ficha com os procedimentos (elencados a seguir); conjunto básico de experimentação do aluno; base quadrada; fita crepe; lápis para as anotações.
- ✓ Procedimentos

<u>Reconhecimento do material</u>

a) Separe as peças do material em grupos, de modo que peças “do mesmo tipo” fiquem juntas.

b) Questionamentos: - Quantos grupos conseguiram formar? - Qual o “tipo” das peças de cada grupo?

Com essa atividade os estudantes vão observar as peças, analisando as características de cada uma e identificando semelhanças e diferenças. Podem formar os grupos separando as peças de acordo com suas formas: triângulo, quadrado e retângulo, ou de outra forma que considerarem adequada, identificando, por exemplo, figuras de três lados e de quatro lados ou as cores das peças do material.

<u>Determinação da área dos quadriláteros e triângulos</u>

Considerando que os estudantes já possuem conhecimento sobre a determinação da área de um quadrilátero, pois já estudam esse conceito desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, buscamos reforçar o conceito de área.

a) Algumas peças do material que estamos usando são quadriláteros, ou seja, possuem 4 lados. Temos retângulos e quadrados em que a medida dos lados estão representados por uma letra. Como podemos calcular a área desses quadriláteros usando essas letras como medida dos lados? Como podemos calcular a área dos triângulos usando as letras como medida dos lados? Qual é a área de cada quadrado das peças do material? Qual é a área do triângulo maior das peças do material?

Neste item, queremos que os estudantes encontrem uma fórmula que sirva para expressar a área dos quadriláteros e triângulos e que usem as letras que indicam as medidas dos lados de cada peça do material experimental e consigam expressar as áreas algebricamente. Vão construir expressões algébricas (monômios). Podemos discutir a equivalência das expressões “$a \cdot a$” e “a^2”.

<u>Identificação das peças</u>

Usaremos adesivos (fita crepe) para identificar algumas das peças do material: T1 (triângulos de lados a, b, c); T2 (triângulos de lados b, m, h); T3 (triângulos de lados c, n, h);

Q1 – Área = a^2 (quadrado de lado a); Q2 – Área = b^2 (quadrado de lado b) e Q3 – Área = c^2 (quadrado de lado c).

b) Identifique cada peça do material usando um pedaço de fita crepe e escrevendo o código de representação e a área sobre a fita crepe.

Com esse procedimento estaremos dando ênfase à medida dos lados e à medida da área das peças que estaremos usando para as próximas atividades.

Quebra-cabeça com as peças do material

a) Separem as seguintes peças do material: os seis triângulos T1, T2 e T3; o quadrado Q1.
b) Organizem todas as peças separadas dentro da base quadrangular, preenchendo-a completamente, sem sobrepor peças.
c) Apresentem aos colegas dos outros grupos como conseguiram dispor as peças.

O quadrado Q1, de área a^2, e os triângulos T1, T2 e T3 (são dois de cada tipo) ficam posicionados na base quadrangular como mostra a Fig. 3.

d) Retire o quadrado Q1, trocando-o pelos quadrados Q2 e Q3.
e) Organizem novamente as peças separadas dentro da base quadrangular, preenchendo-a completamente, sem sobrepor peças.
f) Apresentem aos colegas dos outros grupos como conseguiram dispor as peças.

Trocando o quadrado Q1 (de área a^2) pelos quadrados Q2 (de área b^2) e Q3 (de área c^2) e reorganizando as peças na base quadrangular, teremos a disposição mostrada na Fig. 4.

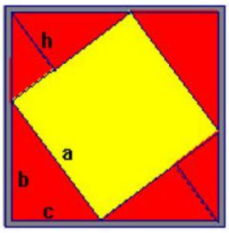

Figura 3.

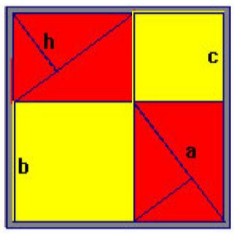

Figura 4.

g) Analise as montagens feitas, discuta com seus colegas e responda:

- qual a relação que há entre a área do quadrado utilizado na primeira montagem e a área dos quadrados usados na segunda montagem?
- como podemos expressar essa relação usando a linguagem matemática?

O quadrado Q1, de área a^2, foi substituído pelos quadrados Q2, de área b^2, e Q3, de área c^2. Os triângulos só mudaram de posição, mas nenhum foi retirado e nem acrescentado. Desse modo espera-se que os estudantes cheguem a conclusão de que a área do quadrado Q1 é igual à soma das áreas dos quadrados Q2 e Q3, ou seja, que $a^2 = b^2 + c^2$.

Teorema de Pitágoras

a) Separem as seguintes peças do material: um triângulo T1; os quadrados Q1, Q2 e Q3.
b) Considerando que o triângulo T1 é um triângulo retângulo (possui um ângulo de 90º) e que os lados de um triângulo recebem nomes especiais: lado maior (lado oposto ao ângulo reto) $\rightarrow$ hipotenusa; lados que formam o ângulo reto $\rightarrow$ catetos.

Responda: que relação há entre as medidas dos lados do triângulo e dos lados dos quadrados? como podemos relacionar a expressão matemática formulada no quebra-cabeça com os lados do triângulo (hipotenusa e catetos)?

O objetivo é relacionar as conclusões anteriores com os lados do triângulo retângulo, considerando a hipotenusa e os catetos como está indicado na Fig. 5. Após, indicamos que a relação estabelecida é o que conhecemos por Teorema de Pitágoras e indicamos a leitura de texto o qual relata brevemente aspectos históricos em Relação ao Teorema de Pitágoras e, também, problemas de aplicação do Teorema de Pitágoras.

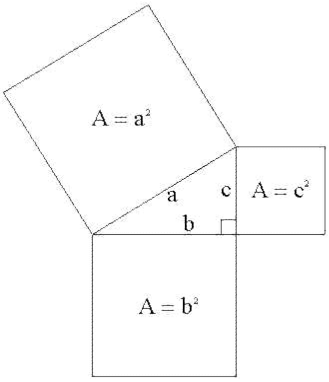

Figura 5.

Os procedimentos experimentais iniciais servem como etapa de problematização do conhecimento que queremos construir. A última atividade e o texto proposto compõem a etapa de organização do conhecimento e, como aplicação do conhecimento, temos os problema propostos.

Outro aspecto ainda a ser abordado é a demonstração do Teorema de Pitágoras que apresentamos como atividade final da proposição.

<u>Demonstração do Teorema de Pitágoras</u>

Observe a Fig 6. A linha transversal parece que está "quebrada". Colocando sobre ela uma régua, notaremos que isto não é verdade. Temos aqui uma "ilusão de ótica" que pode nos conduzir a conclusões equivocadas se nos baseamos apenas na observação.

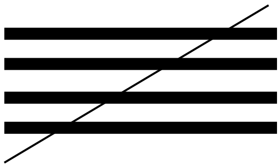

Figura 6.

Com esse exemplo vemos que a atividade experimental não pode ficar restrita à observação. Outros elementos são necessários para a formulação de conclusões: precisamos do uso da régua para confirmar ou não o que os olhos estão nos informando. E como forma mais apurada de garantir as conclusões, na Matemática, temos o procedimento dedutivo que busca mobilizar argumentos lógicos para formulação das conclusões: as demonstrações.

Vamos então fazer a demonstração do Teorema de Pitágoras usando o material que utilizamos experimentalmente e recursos da álgebra.

Tomemos o quadro (Fig. 3) que montamos inicialmente. Qual a medida dos lados do quadrado maior? Qual a área desse quadrado maior?

A área do quadrado maior de lados $(b + c)$ é:

$$Área\ quadrado\ maior = (b + c)^2 = b^2 + 2bc + c^2 \qquad (1)$$

Essa será nossa primeira equação.

Agora vamos considerar cada uma das peças: Qual a área de cada triângulo retângulo? Qual a área dos quatro triângulos juntos? Qual a área do quadrado menor?

Como temos quatro triângulos congruentes temos:

$$Área\ dos\ 4\ \ triângulos = 4 \cdot \frac{b \cdot c}{2} \rightarrow Área\ dos\ 4\ \ triângulos = 2bc \qquad (2)$$

A área do quadrado menor é:

$$Área\ quadrado\ menor = a^2 \tag{3}$$

Podemos observar que a área do quadrado maior, expressa pela Eq. (1**),** é igual à soma das áreas de cada uma das peças que preenchem o quadrado maior, Eq. (2) + Eq. (3). Assim, temos:

$$b^2 + 2bc + c^2 = 2bc + a^2 \tag{5}$$

Reduzindo os termos semelhantes, teremos:

$$b^2 + 2bc + c^2 - 2bc = a^2 \rightarrow b^2 + c^2 = \ a^2\ ou\ então\ a^2 = b^2 + c^2 \tag{6}$$

Desse modo conseguimos "provar" o Teorema de Pitágoras através de uma demonstração. Assim garantimos que em um triângulo retângulo qualquer, de lados medindo a, b e c, sendo a a medida da hipotenusa e portanto o lado oposto ao ângulo reto, b e c, sendo catetos, lados que formam o ângulo reto: a área do quadrado cujo lado é a hipotenusa é igual à soma das áreas dos quadrados cujos lados são os catetos de um triângulo retângulo.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Na pesquisa realizada, além do aprofundamento teórico construído, que possibilitou reflexão sobre o ensino da Geometria utilizando atividades experimentais com uma abordagem de problematizadora e argumentação dedutiva, foram elaboradas e desenvolvidas proposições envolvendo atividade experimental com foco no Teorema de Pitágoras. As propriedades matemáticas podem ser verificadas analiticamente ou experimentalmente. De modo semelhante, abordamos as outras relações métrica no triângulo retângulo.

Foi utilizado material que faz parte de conjunto experimental da Escola de Educação Básica Valesca Carmem Rescke Parisotto, contribuindo com a finalidade de atender à solicitação feita pela professora de Matemática da escola. Acrescentamos a base quadrada, que não fazia parte do conjunto experimental, para montagem dos quebra-cabeças.

O conjunto experimental utilizado é de fácil confecção por ser feito de material emborrachado (EVA). Estes modelos podem ser considerados materiais didáticos, que visam facilitar a visualização e o entendimento das propriedades geométricas. Podemos substituir o EVA por papel cartão.

Experimentos nos quais os estudantes têm a possibilidade de manusear o material, ser levado a formular explicações e conclusões, de trabalhar em grupos com funções diferenciadas (redator, relator) certamente podem ser de grande contribuição numa formação mais interessante, tanto no aspecto científico como no aspecto humano.

O professor não deve esquecer que o ensino e a aprendizagem da Matemática, da Geometria em específico, não deve ser um fim, mas um meio, através do qual o estudante observe os fenômenos, estabeleça relações, formule conjecturas, formule conclusões, busque argumentos lógicos para a garantia dessas conclusões e, desse modo, desenvolva diferentes habilidades e construa conhecimentos que possibilitem a compreensão e transformação da realidade.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: terceiro e quarto ciclos do Ensino Fundamental, Matemática. Brasília, 1998.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Educação matemática**: da teoria à prática**.** Campinas, SP: Papirus, 1996. (Perspectivas em Educação Matemática).

EVES, Howard. **História da geometria**. São Paulo: Atual, 1992. (Tópicos de história da matemática para sala de aula, v. 3).

FARIA, Celso de Oliveira. Demonstrações rigorosas em matemática. In: Programa Gestão da Aprendizagem Escolar – Gestar II. **Matemática**: caderno de teoria e prática 4 – TP4, construção do conhecimento matemático em ação. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2008.

FREITAS, Ana Lúcia Souza de; GESSINGER, Rosana Maria; LIMA, Valderez Marina do Rosário. Problematização. In: FREITAS, Ana Lúcia Souza de et al. (Org.) **A gestão da aula universitária na PUCRS.** Porto Alegre: EDIPUCRS, 2008.

LAMAS, Rita de Cássia Pavani; MAURI, Juliana. **O teorema de pitágoras e as relações métricas no triângulo retângulo com material emborrachado**. Acessado em: 2 out. 2013.. online. Disponível em: http://www.ime.usp.br/~iole/oteoremadepitagoras.pdf.

NEVES, R. S. P. Aprender e ensinar geometria: um desafio permanente. In: Programa Gestão da Aprendizagem Escolar – Gestar II. **Matemática**: caderno de teoria e prática 3 – TP3, construção do conhecimento matemático em ação. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2008.

PONTE, João Pedro; BROCARDO, Joana; OLIVEIRA Hélia. **Investigações matemáticas na sala de aula**. 1. ed. 2. reimp.. Belo Horizonte: Autêntica, 2006. (Tendências em educação matemática, 7).

ZARO, Milton; HILLEBRAND, Vicente. **Matemática instrumental e experimental**. São Paulo: Ática, 1990.